

Manyetik Alan Öğretiminde Coriolis Alanı Benzetimi

Ata Sevinç¹

¹Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Kırıkkale Üniversitesi
A.Sevinc@kku.edu.tr

Özet

Elektromanyetik alan teorisi öğretiminde temel bazı formüllerin çıkarılmaksızın verilmesi ve öğrencilerin bu formülleri yorumlayabilecekleri fiziksel olayları günlük hayatlarında açıkça görememeleri, onları konuları iyi kavrayamadan ezberle yönelmektedir. Temel elektromanyetik alan formüllerinin doğrudan çıkartımları izafiyet teorisine dayandığı için bu ispatların mühendislik lisans eğitiminde verilmesi beklenemez. Ancak elektrik ve manyetik alanın kütleler üzerinde etkili benzerleri olan çekim ivmesi ve kütleli manyetik (gravitomagnetic) alanlar olarak yorumlanabilen ve döner bir diski durgun varsayan bir gözlem ortamında görülen merkezkaç ivmesi ve Coriolis alanı günlük hayatta açıkça hissedilen etkilerdir. Temel elektromanyetik alan formüllerinin kütleler üzerinde etkili bu benzerleri üzerinde izafiyet teorisine hiç girilmeden açıklanması, lisans eğitimi almakta olan öğrencilerin anlayabilecekleri basitliktedir. Bu makalede manyetik alan altında elektrik yüklerinin davranışları ve özellikle Faraday indüksiyon yasasının öğrencilere çok daha iyi kavratılması amacıyla böyle bir açıklama yöntemi önerilmektedir.

1. Giriş

Mühendislik lisans eğitimindeki elektrik fiziği ve elektromanyetik alan teorisi derslerinde genellikle önce elektrik alan kavramıyla başlanır ve elektrik alan (\vec{E}) ile elektrik yükü (q) ilişkisi, kütleli çekim alanı (\vec{g}) ile kütle (m) arasındaki ilişkiye benzetilir[1]. Manyetik alan konularına gelindiğinde ise kütleli çekim alanları ile benzerlik kurulması tamamen terk edilir. Bunun başlıca nedeni, manyetik alan (veya onunla orantılı manyetik akı yoğunluğu, \vec{B}) gibi hız (\vec{v}) göre etkiyen kütleli manyetik (gravitomagnetic) bir alanın ($\vec{\Omega}$), insanların etkisini hissedebileceği veya kolayca ölçebileceği bir düzeyde görülebilmesi gelir. Bu tür alanlar, son derece ayrıntılı lisansüstü konular olarak matematiksel fizikçiler tarafından çok karmaşık formüllerle ele alınır. O formüllere bağlı etkileşimlerin çoğu ölçüm sınırlarının çok altında kalacak kadar zayıf etkileşimlerdir. Doğal olarak manyetik alan konusunda sözkonusu türde bir benzetim mühendislik lisans eğitiminde anlatılmaz.

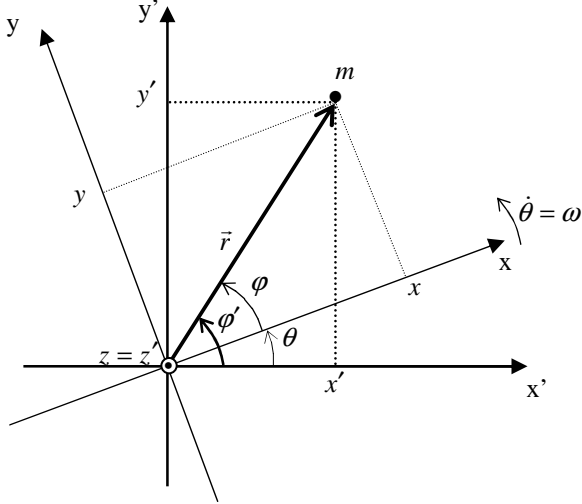
Halbuki döner bir koordinat sistemini durgun varsayan bir gözlem ortamında günlük hayatta açıkça hissedilen merkezkaç ivmesi ve Coriolis etkisi, sırasıyla çekim ivmesi (\vec{g}) ve kütleli manyetik alan ($\vec{\Omega}$) olarak yorumlanabilmektedir[2]. $\vec{\Omega}$ alanının m kütleli üzerindeki etkisi, \vec{B} alanının q yükü üzerindeki etkisine benzemekle kalmaz; aynı zamanda Faraday indüksiyon yasasındaki \vec{E} ile \vec{B} ilişkisinin benzeri de döner diski durgun kabul eden bir ortamda \vec{g} ile $\vec{\Omega}$ arasında görülür[3-5]. Bu ilişkinin uzayın matematiksel bir özelliği olarak açıklanması mühendislik lisans eğitiminde anlatılabilecek kadar basittir. Faraday indüksiyon yasasının tam ispatı izafiyet teorisine dayansa da böyle bir ispata girmeden, kütleli benzerindeki gibi bir mekanizmayla uzayımızın bir özelliği olduğu düşüncesi verilerek öğrencilere daha iyi bir kavrayış imkânı sağlanabilir.

2. Merkezkaç ve Coriolis Kuvvetleri

Bu makalede önerilen anlatımın birinci aşaması, eylemsizlik ilkesinin geçerli olduğu bir gözlem ortamına göre dönen bir ortamı durgun kabul eden bir gözlem ortamına göre hareketlerin ele alınmasıdır. Alışıl gelmiş temel fizik anlatımlarında yalnızca eylemsizlik ilkesinin geçerli olduğu gözlem ortamları esas alınmaktadır[1]. Bu bakış açısına göre “merkezkaç kuvvet” diye bir etki olmaması, bilakis dönüş hareketlerinin açıklanmasının “merkezçil kuvvet” ile yapılması, pek çok öğrenci için karışıklığa yol açmaktadır; çünkü günlük hayatlarında bir araba içinde viraj alınırken merkezkaç kuvvet diye bir etkiyi açıkça hissettiklerini öne sürmektedirler. Ancak dönmekte olan bir araca göre hareketleri açıklamakta tek başına merkezkaç ivmesi tanımının yetersiz kalması ve Coriolis etkisinin mühendislik lisans eğitimi kapsamına alınmak istenmemesi, açıklamaların eylemsizlik ilkesinin geçerli olduğu gözlem ortamlarına göre yapılmasının başlıca tercih nedenidir. Oysa merkezkaç ve Coriolis etkileri anlatıldıktan sonra manyetizma konularının anlatılması öğrenci zihnini çok daha netleştirecektir.

2.1. Merkezkaç ve Coriolis Alanları İfadeleri

Şekil 1'de gösterildiği gibi, eylemsizlik ilkesinin geçerli olduğu bir $K'(x', y', z')$ gözlem ortamına göre $x'y'$ düzlemi üzerinde dönen aynı orijinli bir $K(x, y, z)$ koordinat sistemini ele alalım. $K(x, y, z)$ 'deki merkezkaç ivmesi ve Coriolis etkisi, sırasıyla çekim ivmesi ve kütsel manyetik alan olarak,



Şekil 1: Döner gözlem ortamıyla eylemsizlik ilkesinin geçerli olduğu ortam arasındaki ilişki.

$$\vec{g} = \omega^2 r \hat{r} - \dot{\omega} r \hat{\phi} \quad (1)$$

$$\vec{\Omega} = 2\omega \hat{z} \quad (2)$$

ile verilir[3]. Genel olarak $\vec{\Omega}$ vektörünün yönü, eylemsizlik ilkesinin geçerli olduğu ortamda, sağ elin dört parmağı dönen ortamın dönüş yönünü gösterecek biçimde dönme eksenini kavrandığında, başparmağın gösterdiği yöndür. Böylece toplam elektromanyetik kuvveti ifade eden

$$\vec{F}_q = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3)$$

Lorentz kuvveti formülüne benzer olarak, toplam kütsel kuvvet.

$$\vec{F}_m = m\vec{g} + m(\vec{v} \times \vec{\Omega}) \quad (4)$$

olarak yazılır. Bu toplamdaki birinci terim kütsel çekim (merkezkaç), ikincisi ise kütsel manyetik (Coriolis) kuvvettir.

Denklem (1), (2) ve (4)'ün çıkartımlarının mühendislik lisans eğitiminde verilmesi pek tavsiye edilmez; çünkü bu karmaşık olmasa da biraz uzun olduğundan öğrencinin öğrenme şevkini kırabilir. Fakat yine de sözel olarak bu denklemlerin elde edilme aşamaları şöyle anlatılabilir:

- x, y, \hat{x} ve \hat{y} ile x', y', \hat{x}' ve \hat{y}' arasındaki dönüşümler belirlenir.
- Bunların zamana göre türevlerinden $K(x, y, z)$ ve $K'(x', y', z')$ gözlem ortamlarındaki hızlar arasındaki dönüşümler belirlenir. Bu sırada $\dot{x}' = \dot{y}' = 0$ olmasına karşın $\dot{\hat{x}} \neq 0 \neq \dot{\hat{y}}$ olduğuna dikkat edilir.
- Hızların da zamana göre türevlerinden $K(x, y, z)$ ve $K'(x', y', z')$ gözlem ortamlarındaki ivmeler arasındaki ilişki belirlenir. Bu ivmeler arasındaki fark, merkezkaç ve Coriolis etkileriyle açıklanacak olan göreceli ivmedir. Bu farkta $K'(x', y', z')$ gözlem ortamındaki hız, konum ve birim vektör terimleriyle karşılaşırsa bunlar $K(x, y, z)$ gözlem ortamındaki karşılıkları cinsinden yazılır.
- Fark ivmenin m ile çarpımı hızdan bağımsız (merkezkaç kuvveti) ve hızla orantılı (Coriolis kuvveti) bileşenleri belli olacak şekilde yazılıp Denklem (4)'e eşitlendiğinde Denklem (1) ve (2)'deki merkezkaç ve Coriolis alanları bulunur.

2.2. Yay hareketi benzerliği

Önerilen anlatımın ikinci aşamasında, sabit bir \vec{B} alanı altında belirli bir kütle (m) ve elektrik yüküne (q) sahip bir parçacığın yalnız manyetik kuvvet etkisi altında dairesel (\vec{B} 'ye paralel hız bileşeni yoksa) veya yay biçimli (\vec{B} 'ye paralel hız bileşeni varsa) hareket yaptığı anlatılırken, parçacığın izlediği daire veya yay üzerindeki açısal hızının (ω),

$$qv_{\perp} B = m \frac{v_{\perp}^2}{r} \quad (5)$$

gereğince

$$\omega = \frac{v_{\perp}}{r} = \frac{q}{m} B \quad (6)$$

olarak çizgisel hızdan (v) ve yarıçaptan (r) bağımsız olduğuna dikkat çekilir. Burada v_{\perp} , hızın \vec{B} 'ye dik bileşeni, vektör işareti kaldırılmış semboller de o vektörün büyüklüğünü göstermektedir. Bu durumun döner disk üzerindeki kütsel benzetiminde $\dot{\omega} = 0$ durumunda $K'(x', y', z')$ sitemine göre durgun veya yalnız \hat{z}' yönünde sabit hızlı bir parçacığın, döner diske göre dairesel veya yay biçimli hareketli olarak gözlemlendiği ve bu hareketteki açısal hızın, açıkça diskin $K'(x', y', z')$ sitemine göre dönüş hızı ω olmasına benzetilir. $K(x, y, z)$ sisteminde $\vec{\Omega}$ alanı \vec{g} 'den yahtılmış olmadığı için $K'(x', y', z')$

sistemine göre yalnız \hat{z}' yönünde sabit hızlı bir parçacık ele alınarak, $K(x, y, z)$ sisteminde $v_r = 0$ ve $v_{\perp} = v_{\phi} = -\omega r$ olmasından dolayı

$$\begin{aligned}\vec{F}_m/m &= \omega^2 r \hat{r} + (v_r \hat{r} + v_{\phi} \hat{\phi} + v_z \hat{z}) \times (2\omega \hat{z}) \\ &= \omega^2 r \hat{r} + (2\omega v_{\phi}) \hat{r} \\ &= \omega^2 r \hat{r} - 2\omega^2 r \hat{r}\end{aligned}$$

$$\vec{F}_m/m = -\omega^2 r \hat{r}$$

bulunur. Coriolis kuvvetinin yarısının merkezkaç kuvveti dengelediği, yarısının da bu açısal hızı sağladığı belirtilerek

$$F_m = m \left| -\omega^2 r \right| = m \frac{v_{\perp}^2}{r} = m v_{\perp} (\Omega/2)$$

$$\omega = \frac{v_{\perp}}{r} = \frac{\Omega}{2}$$

bulunur ki bu da Denklem (6)'da q yerine m ve B yerine $\Omega/2$ yazmakla bulunan değerle aynıdır. Buradaki benzetim genel bir hızla da yapılabilir; ama $K'(x', y', z')$ sistemine göre yalnız \hat{z}' yönünde sabit hızlı bir parçacığın $K(x, y, z)$ sisteminde ω açısal hızına sahip olacağı o kadar açıktır ki öğrenci bunun $K(x, y, z)$ uzayının bir özelliği olduğunu görecektir ve manyetik alan altındaki elektrik yükünde geçerli kural için de bir benzerlik kurabilecektir.

3. İndüksiyon Benzetimi

Önerilen anlatımın üçüncü ve en önemli aşamasında, Faraday indüksiyon yasasının merkezkaç ve Coriolis alanları üzerindeki benzetimi anlatılır.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (7)$$

Maxwell denklemiyle veya Φ_B^c , herhangi bir c halkası içindeki manyetik akı (integral yolu ve akı yönü sağ el kuralına göre) olmak üzere diğer bir ifadesi olan

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B^c}{dt} \quad (8)$$

ile verilen bu yasanın başlıca iki uygulamasından birinde \vec{B} değeri değişen nokta çevresinde elektrik alan indüklenmesi, diğerinde de \vec{B} çizgilerini keserek hareket eden yeni bir gözlem ortamı üzerinde elektrik alan indüklenmesi söz konusudur. Her iki uygulamanın da döner disk üzerindeki

merkezkaç ve Coriolis alan benzetimi, indüksiyon mekanizmasını çok iyi açıklamaktadır.

Birinci uygulamaya benzetim örneği olarak, $K(x, y, z)$ sisteminin $K'(x', y', z')$ sistemine göre dönüş hızının değiştiği durum ele alınabilir. Bu durumda Denklem (2)'ye göre Ω değeri artarken çevrede Denklem (1)'deki \vec{g} toplamının ikinci bileşeni $-\dot{\omega} r \hat{\phi}$ indüklenmektedir. Orijin merkezli dairesel herhangi bir c halkası içindeki Coriolis alan vektörü akısı Φ_{Ω}^c , integral yolu ve akı yönü sağ el kuralına göre tanımlandığında Denklem (8)'e benzer olarak yazılan

$$\oint_c \vec{g} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_{\Omega}^c}{dt} \quad (9)$$

denkleminde uyduğu kolayca görülür:

$$\int_{\phi=0}^{2\pi} (\omega^2 r \hat{r} - \dot{\omega} r \hat{\phi}) \cdot (r d\phi) \hat{\phi} = -\frac{d}{dt} \left((2\omega \hat{z}) \cdot (\pi r^2 \hat{z}) \right)$$

Öğrenci, ω artarken hızlanmanın aksi yönde $K(x, y, z)$ sisteminde hissedilecek $-\dot{\omega}$ açısal (veya $-\dot{\omega} r$ çizgisel) ivmesini $K(x, y, z)$ uzayının ve alan tanımlarının bir özelliği olarak çok kolayca anlayabileceğinden, manyetikteki benzer uygulamasıyla da ilişki kurabilecek böylece Faraday indüksiyon yasasını ve transformatörlerdeki uygulamasını daha iyi kavrayacaktır.

İkinci uygulama olan \vec{B} çizgilerini kesen bir hareketliyi durgun kabul eden ortamda elektrik alan indüklenmesi için aslında Coriolis benzetimine pek gerek yoktur. Bu durum, Denklem (3) ile verilen Lorentz kuvvetinin, gözlem ortamına göre bileşenleri değişse de toplamının sabit kalmasının açıklanmasıyla da öğrenciye gayet iyi kavratılabilir. Şöyle ki: Denklem (3)'teki büyüklüklerin tanımlı olduğu ortama göre \vec{v}_o hızına sahip bir ortamda yüklü parçacığın hızı $\vec{v}_{po} = \vec{v} - \vec{v}_o$ olacağından aynı büyüklükteki Lorentz kuvveti ve o ortamdaki elektrik alan (\vec{E}_o)

$$\begin{aligned}\vec{F}_q &= q\vec{E}_o + q(\vec{v}_{po} \times \vec{B}_o) \\ \vec{E}_o &= \vec{E} + (\vec{v}_o \times \vec{B})\end{aligned} \quad (10)$$

olur. İzafiyet teorisi formüllerinden kaynaklanan farklılıklar ihmal edilerek $\vec{B}_o = \vec{B}$ alınmıştır. Denklem (10)'daki $(\vec{v}_o \times \vec{B})$ terimi indüksiyon bileşeni olup, yeni gözlem ortamı ile birlikte hareket

