

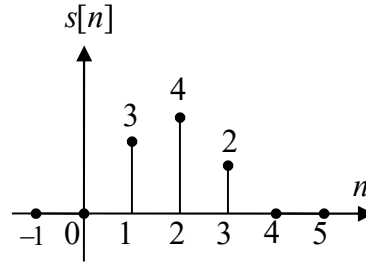
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
21.11.2011 Süre: 80 dakika

1) $x(t) = 2u(t+2) - 4u(t-2)$ sinyalinin tek ve çift bileşenlerini çiziniz. (15 puan)

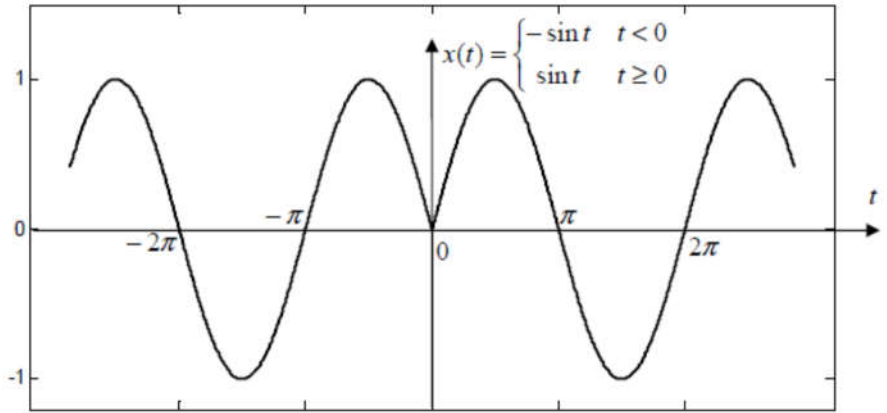
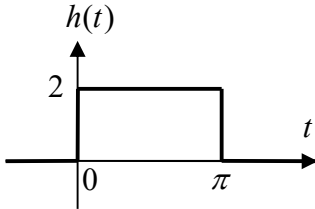
2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y(t) = \int_{t-2}^t x(\tau+1)d\tau$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? (5x2 = 10 puan) (Açıklama beklenmemektedir.)

3) Birim basamak tepkisi şeklindeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine de $x[n] = s[n]$ sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çiziniz. (20 puan) İstedığınız yolla hesaplayınız.

Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini bulmanız kolaylıktır.



4) Birim darbe tepkisi $h(t)$ ve girişi $x(t)$ şekillerde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin çıkışını bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmemektedir.)



5) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$\dot{y}(t) + 2y(t) = x(t)$$

ile verilen sistemin çıkışını, $x(t) = u(t) \cos t$ girişi ve $y(0) = 0$ başlangıç şartı için bulunuz. (15 puan)

6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2y[n+2] - 2y[n+1] + 0,5y[n] = 6x[n-5]$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (15 puan)

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

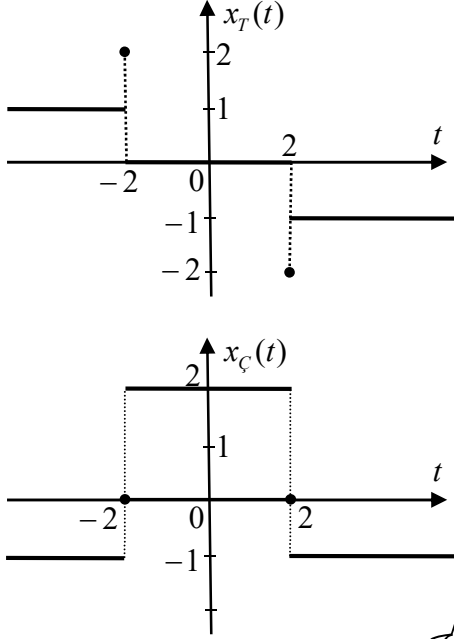
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
21.11.2011

$$1) x(t) = 2u(t+2) - 4u(t-2) = \begin{cases} 0 & t < -2 \\ 2 & -2 \leq t < 2 \\ -2 & t \geq 2 \end{cases}$$

Tek ve çift bileşenlerin önce sağ yarılarını bulalım:

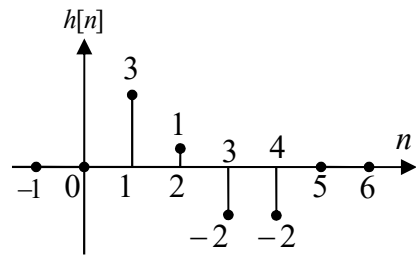
$$\begin{aligned} 0 \leq t < 2 \quad \text{için} \quad x_T(t) &= (2-2)/2 = 0 & x_C(t) &= (2+2)/2 = 2 \\ t = 2 \quad \text{için} \quad x_T(2) &= (-2-2)/2 = -2 & x_C(2) &= (-2+2)/2 = 0 \\ t > 2 \quad \text{için} \quad x_T(t) &= (-2-0)/2 = -1 & x_C(t) &= (-2+0)/2 = -1 \end{aligned}$$

Bunların simetriklerini de alarak çizelim:



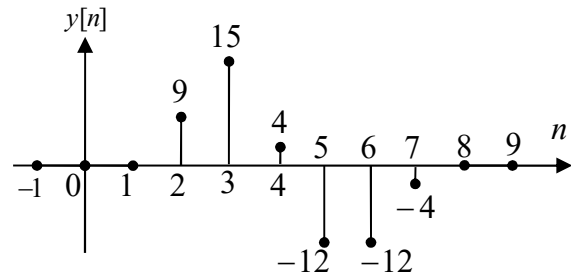
- 2) Sistem belleklidir.
Doğrusaldır.
Nedensel değildir.
Kararlıdır (her sonlu sinyalin her sonlu zaman aralığı boyunca integrali sonludur).
Zamanla değişmez (sınırlarda sonlu sabit yok).

3) Birim darbe tepkisi: $h[n] = s[n] - s[n-1]$

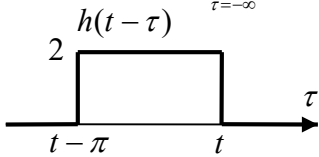


Çıkış $y[n] = x[n] * h[n]$. Bunu klasik çarpmaya benzer yolla yapalım:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cccc} 3 & 1 & (-2) & (-2) \\ \times & & 3 & 4 & 2 \end{array} & \begin{array}{l} \text{Sonuncusu } h[4] \\ \text{Sonuncusu } x[3] = s[3] \end{array} \\ \hline \begin{array}{cccc} 6 & 2 & (-4) & (-4) \\ 12 & 4 & (-8) & (-8) \\ + & 9 & 3 & (-6) & (-6) \\ \hline 9 & 15 & 4 & (-12) & (-12) & (-4) \end{array} & \begin{array}{l} \text{Sonuncusu } y[3+4] = y[7] \end{array} \end{array}$$



$$4) y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$



$t < 0$ için:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -2 \sin \tau & t - \pi \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{t-\pi}^t -2 \sin \tau d\tau = 2 \cos \tau \Big|_{t-\pi}^t = 2 \cos t - 2 \cos(t-\pi)$$

$$y(t) = 4 \cos t$$

$0 \leq t < \pi$ için:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -2 \sin \tau & t - \pi \leq \tau \leq 0 \\ 2 \sin \tau & 0 \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

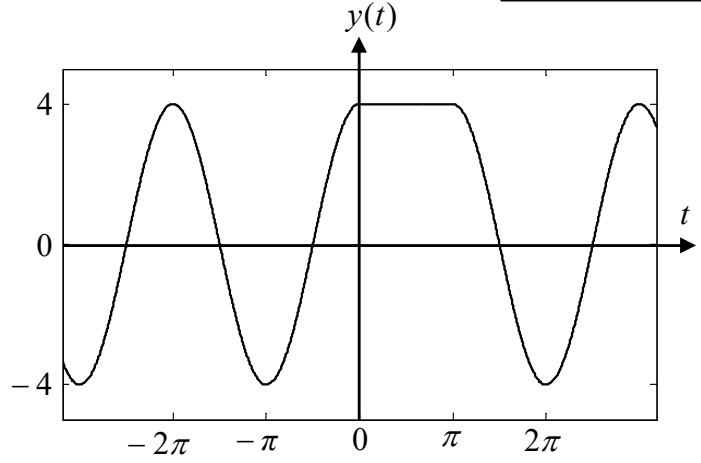
$$y(t) = \int_{t-\pi}^0 -2 \sin \tau d\tau + \int_0^t 2 \sin \tau d\tau = 2 \cos \tau \Big|_{t-\pi}^0 - 2 \cos \tau \Big|_0^t = 2 - 2 \cos(t-\pi) - 2 \cos t + 2 \rightarrow y(t) = 4$$

$t \geq \pi$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin \tau & t-\pi \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{t-\pi}^t 2\sin \tau d\tau = -2\cos \tau \Big|_{t-\pi}^t \\ = -2\cos t + 2\cos(t-\pi) \rightarrow y(t) = -4\cos t$$

$$\text{Sonuç: } y(t) = \begin{cases} 4\cos t & t < 0 \\ 4 & 0 \leq t < \pi \\ -4\cos t & t \geq \pi \end{cases}$$



5) Diferansiyel denklemin sağ tarafı $u(t)$ ile çarpım halinde ve 0 anındaki tüm standart başlangıç şartları sıfır (burada 1. Mertebe olduğu için yalnızca $y(0) = 0$). Bu yüzden $t \geq 0$ çözümünü $u(t)$ ile çarpacağız.

$$\lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = -2$$

$$t \geq 0 \text{ için homojen çözüm: } y_h(t) = Ae^{-2t}$$

$$\text{sağ taraf} = x(t) = \cos t \text{ için } \mp j \notin \{\lambda\}, \text{ dolayısıyla } y_o(t) = b\sin t + c\cos t$$

$$\dot{y}_o(t) = b\cos t - c\sin t \rightarrow \dot{y}_o(t) + 2y_o(t) = (b+2c)\cos t + (-c+2b)\sin t = \cos t$$

$$b+2c=1$$

$$2b-c=0 \rightarrow b=1/5, c=2/5 \rightarrow y_o(t) = \frac{1}{5}\sin t + \frac{2}{5}\cos t$$

$$y(t) = Ae^{-2t} + \frac{1}{5}\sin t + \frac{2}{5}\cos t$$

$$y(0) = 0 = A + 2/5 \rightarrow A = -2/5$$

$$\text{Tüm zamanlar için çıkış: } y(t) = \frac{1}{5}(-2e^{-2t} + \sin t + 2\cos t)u(t)$$

6) $n > 5$ için $2h[n+2] - 2h[n+1] + 0,5h[n] = 0$ denklemini $h[6] = 0$ ve $h[7] = 6/2 = 3$ için çözeriz:

$$2\lambda^2 - 2\lambda + 0,5 = 0 \rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 1/2$$

$$\rightarrow h[n] = \frac{(A_1 + A_2 n)}{2^{n-7}} \rightarrow h[6] = 2A_1 + 12A_2 = 0$$

$$h[7] = A_1 + 7A_2 = 3 \rightarrow A_1 = -18, A_2 = 3$$

$$\text{Tüm zamanlar için yazılırsa: } h[n] = \frac{(3n-18)}{2^{n-7}}u[n-7]$$

Başka gösterimler de mümkündür. Meselâ,

$$h[n] = \frac{(6n-36)}{2^{n-6}}u[n-6] = \frac{(384n-2304)}{2^n}u[n-6] = \frac{(384n-2304)}{2^n}u[n-7]$$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
18.4.2012 Süre: 75 dakika

1) Aşağıdaki sinyallerin periyodik olup olmadıklarını ve periyodik olan(lar)ın ana periyodunu yazınız.

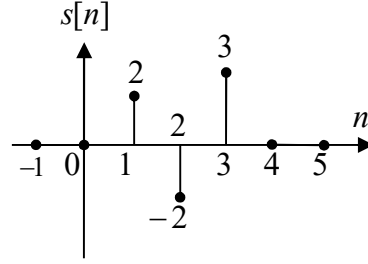
(10 puan)

a) $y[n] = \sin(2\pi n/7) + (-1)^n$ b) $x[n] = \cos(\sqrt{2}\pi n/7) + \sin(\sqrt{2}\pi n/5)$

2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = \sum_{k=0}^5 k x[n+k]$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? **(5x2 = 10 puan)** (Açıklama beklenmemektedir.)

3) Birim basamak tepkisi şekildeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine de $x[n] = s[n]$ sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çiziniz. İstedığınız yolla yapınız. **(20 puan)**

Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini bulmanız kolaylıktır.



4) Birim darbe tepkisi $h(t) = -u(t) + 2u(t-2) - u(t-4)$ ile verilen doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine $x(t) = 2u(t-1)$ sinyali uygulanırsa alınacak çıkış sinyalini çiziniz. **(20 puan)**

5) Birim darbe tepkisi (h) ve girişi (x) verilen doğrusal zamanla değişmez sistemlerden istediğiniz birisinin çıkışını (y) bulunuz. **(20 puan)** (Çizmeniz beklenmemektedir.)

a) $h[n] = u[n] - u[n-4]$, $x[n] = \sin(\pi n/2)$

b) $h(t) = u(t) - u(t-2)$, $x(t) = \cos(\pi t)$

6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2\ddot{y}(t) + 50y(t) = 10x(t-3)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. **(20 puan)**

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

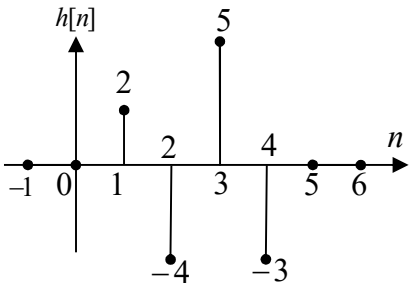
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
18.4.2012

1) a) $\sin(2\pi n/7) \rightarrow N_1 = 7$ ve katları ile periyodik. $(-1)^n \rightarrow N_2 = 2$ ve katları ile periyodik.
 $\rightarrow y[n]$ ise $N = \text{EKOK}(N_1, N_2) = 14$ ile periyodiktir.

b) Hem $\sqrt{2} N_1/7 = 2k$ hem de $\sqrt{2} N_2/7 = 2m$ şartını sağlayacak (N_1, k) ve (N_2, m) tamsayı çiftleri mümkün olmadığı için her iki bileşen de periyodik değildir. Periyodik olmayan bileşenlerin birbirini yok etme durumu da olmadığı için $x[n]$ periyodik değildir.

2) $y[n] = \sum_{k=0}^5 k x[n+k] = x[n+1] + 2x[n+2] + 3x[n+3] + 4x[n+4] + 5x[n+5]$ yazınca açıkça görülebileceği gibi sistem doğrusaldır, belleklidir (ama geleceği hatırlayan bellekli), nedensel değildir, kararlıdır, zamanla değişmez.

3) Birim darbe tepkisi: $h[n] = s[n] - s[n-1]$

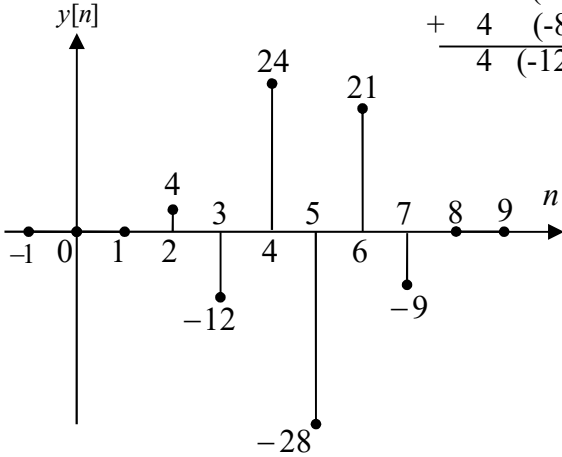


Çıkış ise $y[n] = h[n] * x[n]$. Bunu klasik çarpmaya benzer yolla yapalım:

$$\begin{array}{r} \times \quad 2 \quad (-4) \quad 5 \quad (-3) \quad \text{Sonuncusu} \quad h[4] \\ \quad \quad 2 \quad (-2) \quad 3 \quad \quad \quad \text{Sonuncusu} \quad x[3] = s[3] \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad 6 \quad (-12) \quad 15 \quad (-9) \\ (-4) \quad 8 \quad (-10) \quad 6 \end{array}$$

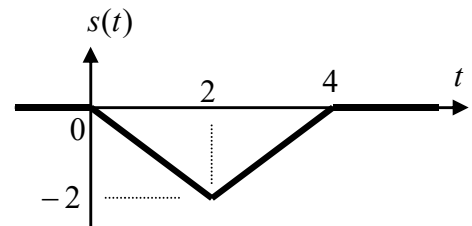
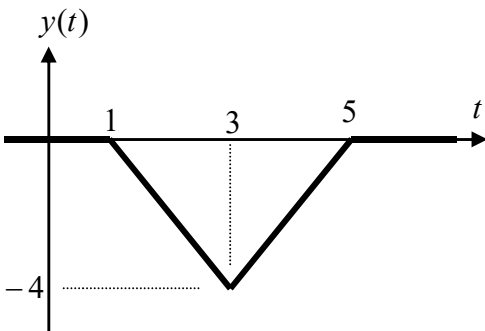
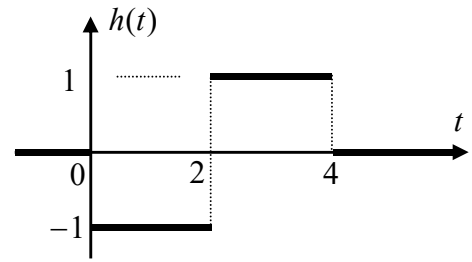
$$+ \begin{array}{r} 4 \quad (-8) \quad 10 \quad (-6) \\ \hline 4 \quad (-12) \quad 24 \quad (-28) \quad 21 \quad (-9) \end{array} \quad \text{Sonuncusu} \quad y[3+4] = y[7]$$



4) $x(t) = 2u(t-1) \Rightarrow y(t) = 2s(t-1)$

$s(t) = \int_{\tau=-\infty}^t h(\tau) d\tau$ yanda alttaki gibi bulunur.

Bundan da $y(t) = 2s(t-1)$ hemen aşağıdaki gibi çizilir:



5) $y = x * h$

$$\text{a) } y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] \quad h[k] = \begin{cases} 1 & 0 \leq k \leq 3 \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^3 1 \cdot x[n-k] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] + x[n-3]$$

$$y[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{2}\right) + \underbrace{\sin\left(\frac{\pi n}{2} - \pi\right)}_{-\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)} + \underbrace{\sin\left(\frac{\pi n}{2} - \frac{3\pi}{2}\right)}_{-\sin\left(\frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} \rightarrow \boxed{y[n] = 0}$$

$$\text{b) } y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad h(\tau) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \tau < 2 \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=0}^2 1 \cdot x(t-\tau)d\tau = \int_{\tau=0}^2 \cos(\pi t - \pi\tau)d\tau = \frac{1}{\pi} \left[-\sin(\pi t - \pi\tau) \right]_{\tau=0}^2$$

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \left[-\sin(\pi t - 2\pi) + \sin(\pi t) \right] = \boxed{y(t) = 0}$$

Görüldüğü gibi doğrusal zamanla değişmez sistemlerde birim darbe tepkisi ve giriş sıfırdan farklı olsa da çıkış sıfır olabilmektedir.

6) $t > 3$ için $2\ddot{h}(t) + 50h(t) = 0$ denklemi $h(3) = 0$, $\dot{h}(3) = \frac{10}{2} = 5$ başlangıç şartlarıyla çözümlenmelidir.

$$2\lambda^2 + 50 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \mp j5$$

$$\rightarrow h(t) = A \cos(5(t-3)) + B \sin(5(t-3)) \quad \rightarrow h(3) = 0 = A \quad \rightarrow A = 0$$

$$\rightarrow \dot{h}(t) = -5A \sin(5(t-3)) + 5B \cos(5(t-3)) \quad \rightarrow \dot{h}(3) = 5 = 5B \quad \rightarrow B = 1 \text{ bulunur.}$$

Tüm zamanlar için çözüm ise: $\boxed{h(t) = u(t-3) \cdot \sin(5(t-3))}$

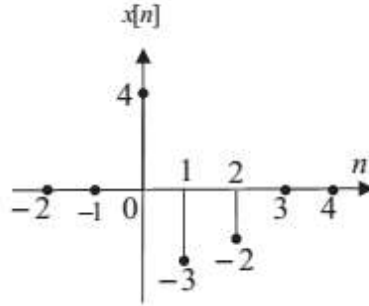
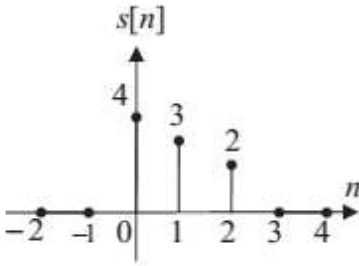
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI

20.11.2012 Süre: 80 dakika

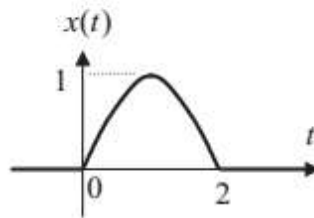
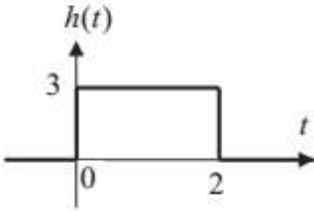
- 1) $x[n] = 4u[n+2] - 4u[n-2] + 2\delta[n-2]$ sinyalinin önce kendisini, sonra tek ve çift bileşenlerini çizin. (3+6+6 = 15 puan)

- 2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? (5x2 = 10 puan) (Açıklama beklenmemektedir. Sistem üzerinde burada verilmeyen özel bir durum yoktur.)

- 3) Birim basamak tepkisi şeklindeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin birim darbe tepkisini bulunuz (10 puan). Sistem girişine diğer şekildeki $x[n]$ sinyali uygulanırsa alınacak çıkışı istediğiniz yolla bulun çiziniz (10 puan).



- 4) Birim darbe tepkisi $h(t)$ ve girişi $x(t)$ şekillerde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin çıkışını bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmemektedir.)



$$x(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) & 0 \leq t < 2 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

- 5) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$\ddot{y}(t) + 9y(t) = 4x(t)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (15 puan)

- 6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2y[n+1] - 2y[n] = x[n]$$

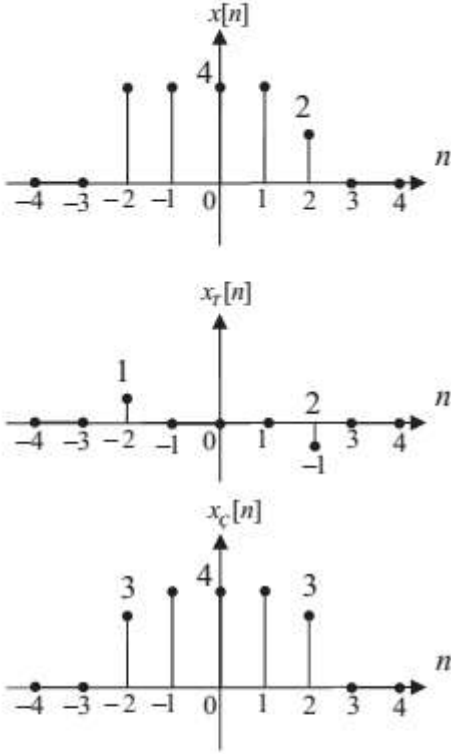
ile verilen sistemin çıkışını, $x[n] = u[n]$ girişi ve $y[0] = 0$ başlangıç şartı için bulunuz. (15 puan)

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
20.11.2012

1)



$$x[n] = x_T[n] + x_C[n]$$

Tek Çift

$$x_T[0] = 0$$

$$x_C[0] = 4$$

$$x_T[1] = \frac{4-4}{2} = 0$$

$$x_C[1] = \frac{4+4}{2} = 4$$

$$x_T[2] = \frac{2-4}{2} = -1$$

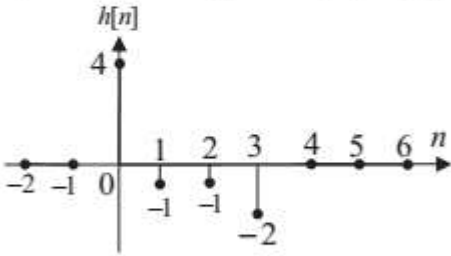
$$x_C[2] = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$n > 2 \Rightarrow x_T[n] = \frac{0-0}{2} = 0, \quad x_C[n] = \frac{0+0}{2} = 0$$

Diğer yarılıarı da simetri kuralına göre çizilince yandaki şekiller bulunur.

2) Sistem belleklidir. Doğrusal değildir (mutlak değer var). Nedensel değildir ($t < 0$ olsa bile $x(0)$ gerekiyor). Kararsızdır (mesela sonlu sabit bir girişe karşı çıkış, t çarpanlı, yani sınırlanamaz olur). Zamanla değişir (sınırlardan biri sonlu sabit).

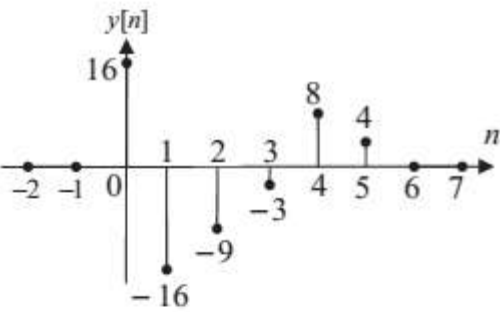
3) Birim darbe tepkisi: $h[n] = s[n] - s[n-1]$



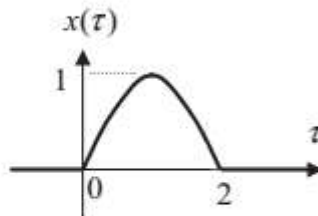
Çıkış $y[n] = x[n] * h[n]$. Bunu klasik çarpmaya benzer yolla yapalım:

$$\begin{array}{r} \times \quad \begin{array}{cccc} 4 & (-1) & (-1) & (-2) \\ & 4 & (-3) & (-2) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Sonuncusu } h[3] \\ \text{Sonuncusu } x[2] \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad \begin{array}{cccc} (-8) & 2 & 2 & 4 \\ (-12) & 3 & 3 & 6 \end{array} \\ + \quad \begin{array}{cccc} 16 & (-4) & (-4) & (-8) \\ \hline 16 & (-16) & (-9) & (-3) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Sonuncusu } y[3+2] = y[5] \end{array} \end{array}$$



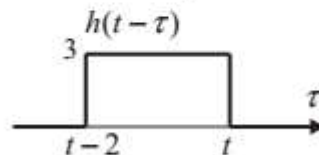
$$4) \quad y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$



$t < 0$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$$



$$0 \leq t < 2 \text{ için : } x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 3 \sin(\pi\tau/2) & 0 \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad \rightarrow \quad y(t) = \int_0^t 3 \sin(\pi\tau/2) d\tau$$

$$y(t) = -\frac{6}{\pi} \cos(\pi t/2) \Big|_0^t = \frac{6}{\pi} (1 - \cos(\pi t/2)) = y(t)$$

$2 \leq t < 4$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 3 \sin(\pi\tau/2) & t-2 \leq \tau \leq 2 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{t-2}^2 3 \sin(\pi\tau/2) d\tau = -\frac{6}{\pi} \cos(\pi\tau/2) \Big|_{t-2}^2$$

$$\rightarrow y(t) = -\frac{6}{\pi} \left(\cos \pi - \cos\left(\frac{\pi t}{2} - \pi\right) \right) = \frac{6}{\pi} (1 - \cos(\pi t/2)) \quad \text{Önceki bölgeninkiyle aynı bulduk (bazen olabilir).}$$

$t \geq 4$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$$

$$\text{Sonuç: } y(t) = \begin{cases} \frac{6}{\pi} (1 - \cos(\pi t/2)) & 0 \leq t < 4 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

5) $t < 0$ için nedensellikten dolayı $h(t) = 0$. $t > 0$ için ise $\ddot{h}(t) + 9h(t) = 0$ denklemini $h(0^+) = 0$ ve $\dot{h}(0^+) = 4/1 = 4$ için çözülür. 0^+ yerine 0 da yazabiliriz, ilk sıçrama en yüksek (2.) türevde olacağı için.

$$\lambda^2 + 9 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \mp j3$$

$$t \geq 0 \text{ için homojen çözüm: } y_h(t) = A \cos 3t + B \sin 3t$$

$$h(0) = 0 = A \cos(3 \cdot 0) + B \sin(3 \cdot 0) = A = 0$$

$$\dot{h}(0) = 4 = -3A \sin(3 \cdot 0) + 3B \cos(3 \cdot 0) = 3B = 4 \rightarrow B = 4/3$$

$$\text{Tüm zamanlar için çıkış: } \boxed{y(t) = \frac{4}{3} \sin(3t) u(t)}$$

$$6) n \geq 0 \Rightarrow 2y[n+1] - 2y[n] = 1 \rightarrow 2\lambda - 2 = 0 \rightarrow \lambda = 1$$

$$\text{Homojen çözüm: } y_h[n] = A \cdot 1^n = A$$

Fark denkleminin sağ tarafı $1 = 1^n$ ve taban 1 tek katlı özdeğere eşit olduğu için özel çözüm: $y_a[n] = cn \cdot 1^n = cn$ Bunu fark denkleminde $y[n]$ yerine ve sağ tarafa 1 yazarsak:

$$2c(n+1) - 2cn = 1 \rightarrow 2c = 1 \rightarrow c = 1/2 \rightarrow y_a[n] = \frac{n}{2}$$

$$\text{Toplam çözüm: } y[n] = A + \frac{n}{2}$$

$$y[0] = A = 0$$

$n < 0$ için denklemin sağ tarafı sıfır ve sıfır anından itibaren merteye numarası (N) kadar başlangıç şartının hepsi (burada yalnızca $y[0]$) sıfır olduğu için $n \geq 0$ çözümünü $u[n-N]$ ile çarparak tüm zamanların çözümü bulunur.

$$\boxed{y[n] = \frac{n}{2} \cdot u[n-1]}$$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
18 Nisan 2013 Süre: 70 dakika

1) $x[n] = 2u[n] + 2u[n - 2] + 2\delta[n - 3]$ sinyali ile tek ve çift bileşenlerini çiziniz (15 puan)

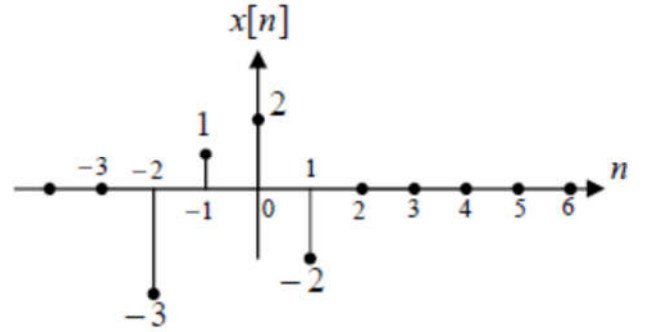
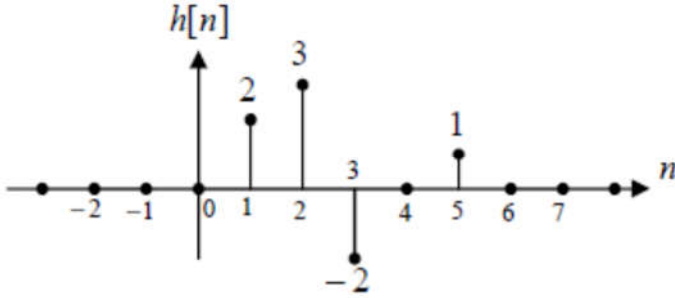
2) $x[n] = \sin\left[\frac{n\pi}{2}\right] + \cos\left[\frac{n\pi}{3}\right]$ sinyali veriliyor.

a) $x[n]$ periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (4 puan)

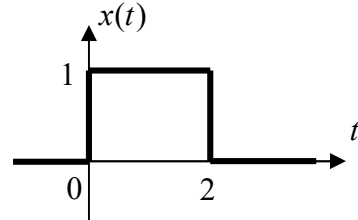
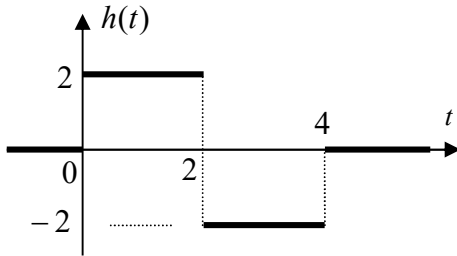
b) $y[n] = x[2n]$ sinyali periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (6 puan)

3) Giriş (x) – çıkış (y) ilişkisi $y[n] = e^{x[0]}x[n]$ ile verilen bir sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? Açıklama istenmemektedir. Sistem hakkında herhangi bir ek bilgi verilmemektedir. (15 puan)

4) Birim darbe tepkisi şeklindeki $h[n]$ olan doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin girişine şeklindeki $x[n]$ sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali $y[n]$ 'i çiziniz. (20 puan)



5) Birim darbe tepkisi şeklindeki $h(t)$ olan DZD bir sistemin girişine şeklindeki $x(t)$ sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali $y(t)$ 'yi çiziniz. Önce sistemin birim basamak tepkisini bulmanız tavsiye edilir. (20 puan)

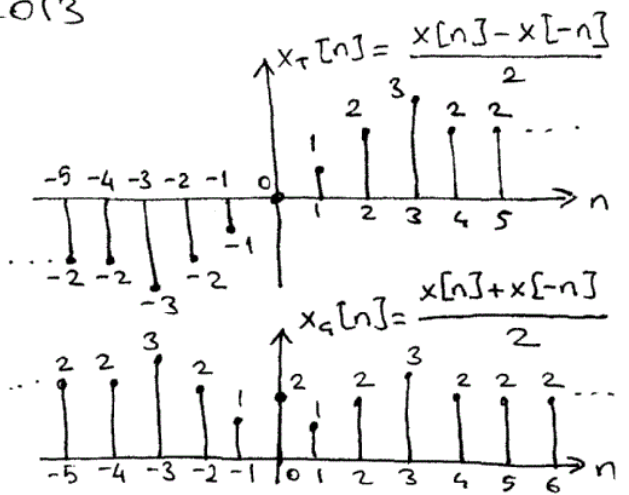
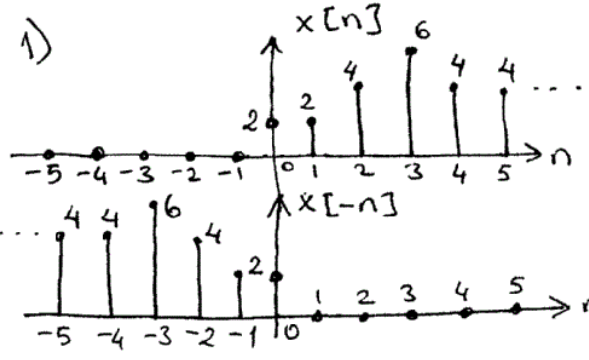


6) Giriş (x) – çıkış (y) ilişkisi

$$4\ddot{y}(t) + 16y(t) = 8x(t)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (20 puan)

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SINYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
18 Nisan 2013



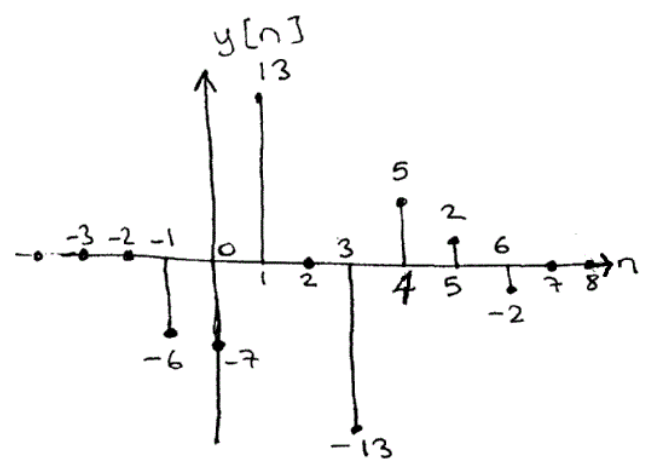
2) a) $\sin\left[\frac{n\pi}{2}\right] \rightarrow \frac{2\pi}{\pi/2} = 4$ tamsayı
bu bilezen 4 ile periyodik olduğundan
 $\cos\left[\frac{n\pi}{3}\right] \rightarrow \frac{2\pi}{\pi/3} = 6$ tamsayı \rightarrow bu bilezen de 6 ile periyodik
 $\text{EKOK}(4,6) = 12 = N \rightarrow x[n]$ ise 12 ile periyodik
b) $y[n] = x[2n] = \underbrace{\sin\left[\frac{2n\pi}{2}\right] + \cos\left[\frac{2n\pi}{3}\right]}_{0 \rightarrow \text{bilgi kaybı}} = \cos\left[\frac{2n\pi}{3}\right]$
 $\frac{2\pi}{2\pi/3} = 3 \rightarrow y[n], 3$ ile periyodiktir.

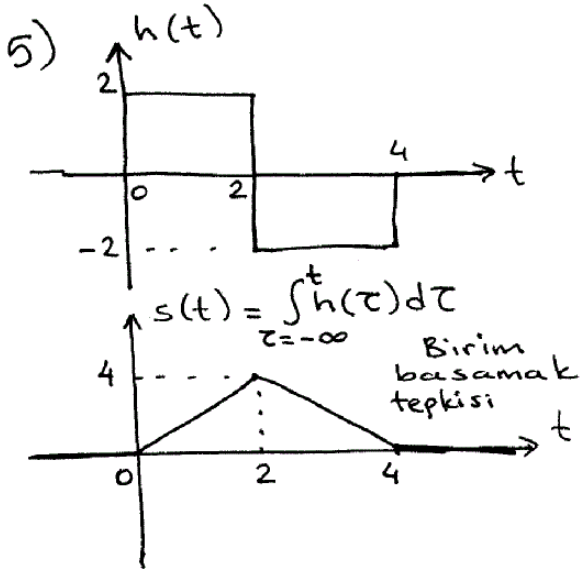
3) $y[n] = e^{x[0]} \cdot x[n] \rightarrow$ bellekli ($x[0]$ 'ı saklamak için)
Nedensel değil ($n < 0$ için $y[n]$ 'in gelecekteki $x[0]$ değerine bağlı)
Kararlı ($x[n]$ sınırlıysa $e^{x[0]}$ da sınırlı $\rightarrow y[n]$ de sınırlı)
Doğrusal değil ($e^{x[0]}$ katsayısından dolayı)
Zamanla değişen (Giris ötelenince $x[0]$ başka bir değer olur.
Halbuki $y[n]$ ötelenirse aynı $x[0]$ kullanılmış olurdu.)

4)

	2	3	-2	0	1	$\rightarrow h[5]$
x		-3	1	2	-2	$\rightarrow x[1]$
	-4	-6	4	0	-2	
	4	6	-4	0	2	
	2	3	-2	0	1	
+	-6	-9	6	0	-3	
	-6	-7	13	0	-13	5 2 -2

$y[5+1] = y[6]$

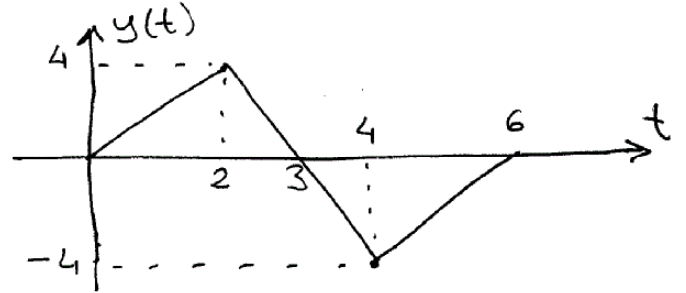
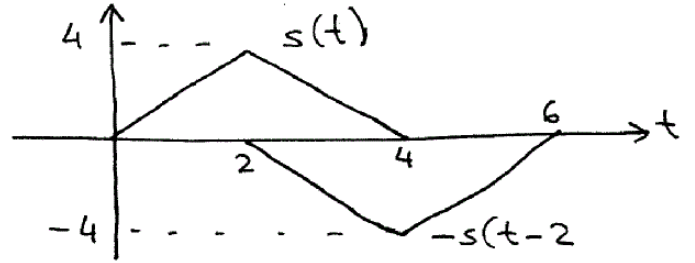




$$x(t) = u(t) - u(t-2)$$

olduğu görüldüğü için,

$$y(t) = s(t) - s(t-2) \text{ olur.}$$



6) $t > 0$ için

$$4\ddot{h}(t) + 16h(t) = 0$$

denklemini, $h(0) = 0$

$$\dot{h}(0) = 8/4 = 2$$

başlangıç şartlarıyla

çözülür ve $t < 0$ için $h(t) = 0$ dir.

$$4\lambda^2 + 16 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \pm j2$$

$$h(t) = A \cos 2t + B \sin 2t$$

$t > 0$ için

$$h(0) = A = 0$$

$$\dot{h}(0) = -2A \sin 2t + 2B \cos 2t \Big|_{t=0} = 2B = \frac{8}{4} = 2 \rightarrow B = 1$$

$$\rightarrow \boxed{h(t) = u(t) \sin 2t}$$

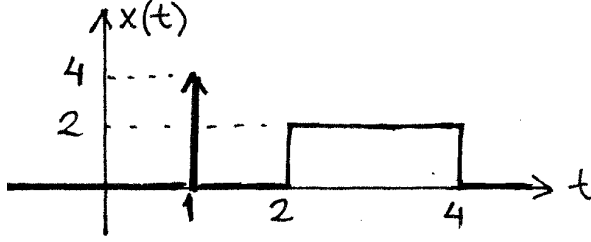
Tüm zamanlar için.

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI

26 Kasım 2013 Süre: 90 dakika

İşlem yaptığınız soruların toplam tam puanı 100'den fazla ise aldığınız puanlar toplamı, bu soruların tam puan toplamının yüzde birine bölünecektir. Meselâ 110 puanlık soruya 88 puanlık cevap yaptıysanız 1,1'e bölünerek 80'e dönüştürülecektir. Ancak bu şekilde hesaba katılması aleyhinize olacak kadar düşük puanlı cevaplarınız yok sayılacaktır.

1)



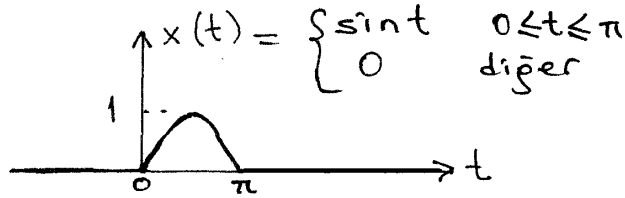
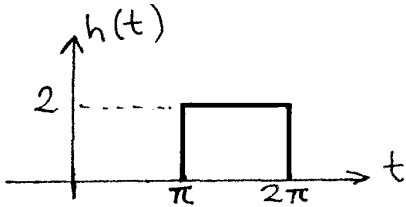
Yukarıdaki şekilde verilen $x(t)$ sinyalinin fonksiyonunu darbe ve/veya basmaklar cinsinden yazınız. Bu sinyalin tek ve çift bileşenlerini çiziniz. (15 puan)

2) Şu sinyallerin periyodik olup olmadığını, periyodik iseler ana periyodunu söyleyiniz. (10 puan)

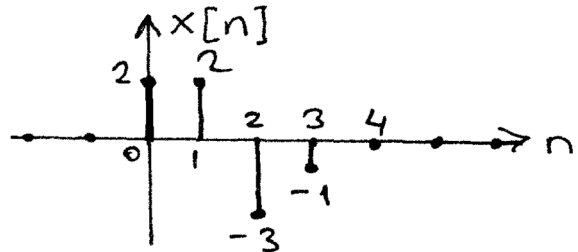
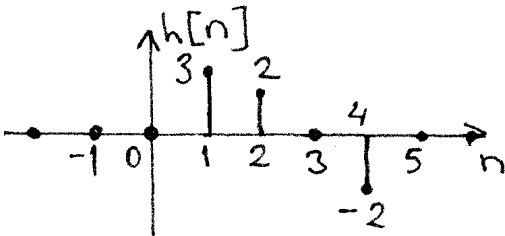
a) $v[n] = \cos[\sqrt{2}\pi n]$ b) $x[n] = 2^n \cos\left[\frac{\pi n}{7}\right]$ c) $y(t) = \cos(3\pi t) + \sin(5\pi t)$

3) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = \sum_{k=0}^n x[k]$ ile verilen sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? (15 puan) (Açıklama beklenmiyor)

4) Doğrusal ve zamanla değişmez (DZD) bir sistemin birim darbe tepkisi $h(t)$ ile girişi $x(t)$ şekillerde verildiği gibidir. Sistem çıkışını ($y(t)$) bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmiyor)



5) DZD bir sistemin birim darbe tepkisi $h[n]$ ve girişi $x[n]$ aşağıdaki şekillerde verilmiştir. Sistem çıkışını ($y[n]$) çiziniz. Ayrıca sistemin birim basamak tepkisini ($s[n]$) çiziniz. (20 puan) (Açıklama beklenmiyor)



6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $2\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 4y(t) = 8x(t-5)$ ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (15 puan)

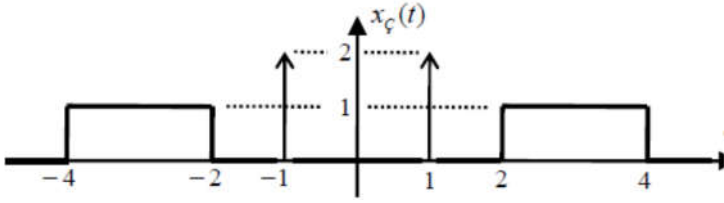
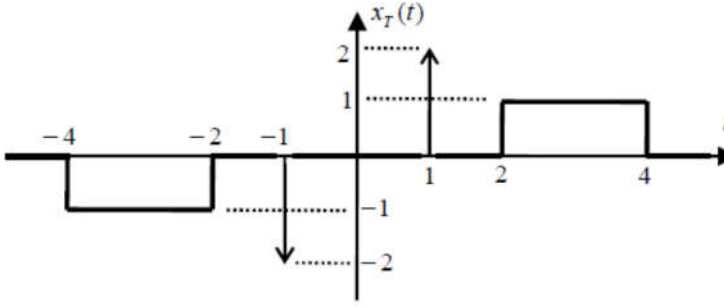
7) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n+2] - y[n] = x[n]$ ile verilen sistemin girişine $x[n] = (3 + 2^n) \cdot u[n]$ sinyali uygulanırsa $y[0] = y[1] = 0$ başlangıç şartları için çıkış ne olur? (20 puan)

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
26 Kasım 2013

1) $x(t) = 4\delta(t-1) + 2u(t-2) - 2u(t-4)$



2) a) $v[n]$, $2\pi/(\sqrt{2}\pi) = \sqrt{2}$ irrasyonel olduğu için periyodik değildir.

b) $x[n]$, periyodik değildir, 2^n 'den dolayı.

c) $y(t)$, periyodiktir. Ana periyodu $2\pi/(3\pi) = 2/3$ ve $2\pi/(5\pi) = 2/5$ 'in en küçük ortak tam katı olan 2'dir.

3) Belleklidir,

Nedensel değildir ($n < 0$ iken bile $x[0]$ 'a bağlı),

Kararsız ($u[n]$ giriş için çıkış $n \cdot u[n]$ oluyor), Doğrusal,

Zamanla değişen (Giriş ötelenirse $x[0]$ değişir, çıkışın ötelenmişinden farklı çıkış alınır).

4) $t-\pi < 0$ yani $t < \pi$ için: $x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$

$0 \leq t-\pi < \pi$ yani $\pi \leq t < 2\pi$ için:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin \tau & 0 \leq \tau \leq t-\pi \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_0^{t-\pi} 2\sin \tau d\tau = -2\cos \tau \Big|_0^{t-\pi} = -2\cos(t-\pi) + 2 \quad y(t) = 2 + 2\cos t$$

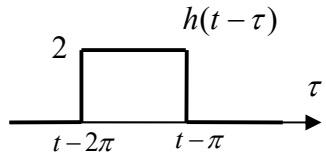
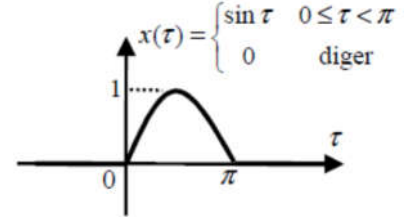
$0 \leq t-2\pi < \pi$ yani $2\pi \leq t < 3\pi$ için:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin \tau & t-2\pi \leq \tau \leq \pi \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{t-2\pi}^{\pi} 2\sin \tau d\tau = -2\cos \tau \Big|_{t-2\pi}^{\pi} = 2 + 2\cos(t-2\pi) \rightarrow y(t) = 2 + 2\cos t$$

$t-2\pi \geq \pi$ yani $t \geq 3\pi$ için: $x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$

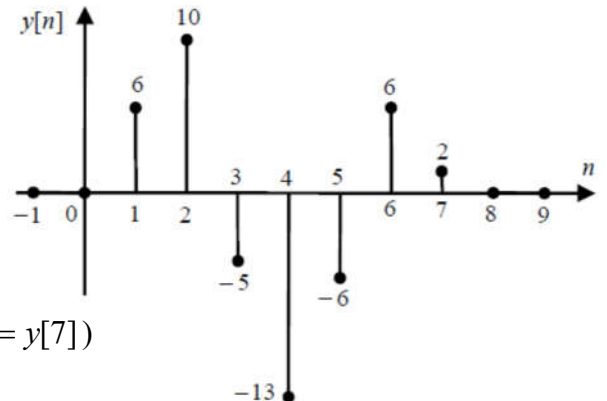
Sonuç: $y(t) = \begin{cases} 2 + 2\cos t & \pi \leq t < 3\pi \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$



5) $y[n] = x[n] * h[n]$ Her iki sinyal de sonlu süreli olduğu için klasik çarpmaya benzeyen yolla yapalım:

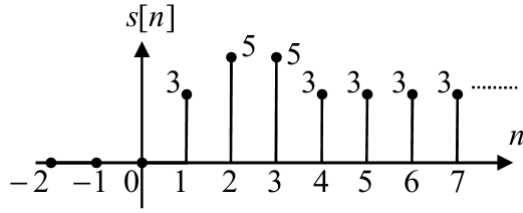
		2	2	-3	-1	(En sağdaki $x[3]$)
		3	2	0	-2	(En sağdaki $h[4]$)
	×	<hr/>				
		-4	-4	6	2	
		0	0	0	0	
	4	4	-6	-2		
6	6	-9	-3			
+	<hr/>					
	6	10	-5	-13	-6	6
						2

(En sağdaki $y[3+4] = y[7]$)



Birim basamak tepkisi ise $s[n] = \sum_{k=-\infty}^n h[k]$

SS-V-2013-CA-2



- 6) $t > 5$ için $2\ddot{h}(t) + 6\dot{h}(t) + 4h(t) = 0$ denklemi,
 $h(5) = 0$ ve $\dot{h}(5) = 8/2 = 4$ başlangıç şartlarıyla çözümlenmelidir.
 $2\lambda^2 + 6\lambda + 4 = 0 \rightarrow \lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2$
 $h(t) = A_1 e^{-(t-5)} + A_2 e^{-2(t-5)}$ Başlangıç şartlarını kullanırsak
 $h(5) = A_1 + A_2 = 0$
 $\dot{h}(5) = -A_1 - 2A_2 = 4 \rightarrow A_1 = 4, A_2 = -4$

Nedensellikten dolayı girişin sıfırdan farklı olduğu ilk ana kadar, yani $t < 5$ için $h(t) = 0$ olduğundan birim darbe tepkisi:

$$h(t) = 4(e^{-(t-5)} - e^{-2(t-5)}) \cdot u(t-5)$$

- 7) $y[n+2] - y[n] = (3 + 2^n) \cdot u[n]$

$$\lambda^2 - 1 = 0 \rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$$

$n < 0$ için sağ taraf sıfır ve $y[0] = y[1] = 0$ olduğu için çözümün de sıfır olduğu bellidir.

$n \geq 0$ için:

$$\text{Homojen çözüm: } y_h[n] = A_1 \cdot 1^n + A_2 (-1)^n = A_1 + A_2 (-1)^n$$

Sağdaki $3 = 3 \times 1^n$ için özel çözüm bileşeni, $1 = \lambda_1$ olduğundan $y_{o1}[n] = c_1 n \cdot 1^n = c_1 n$

$$y_{o1}[n+2] - y_{o1}[n] = 3 \rightarrow c_1(n+2) - c_1 n = 3 \rightarrow 2c_1 = 3 \rightarrow c_1 = 3/2$$

Sağdaki 1×2^n için özel çözüm bileşeni, $2 \notin \{\lambda_1, \lambda_2\}$ olduğundan $y_{o2}[n] = c_2 2^n$

$$c_2 = \frac{1}{2^2 - 1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Toplam çözüm: } y[n] = A_1 + A_2 (-1)^n + \frac{3}{2} n + \frac{1}{3} \cdot 2^n$$

$$\text{Başlangıç şartları: } y[0] = A_1 + A_2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$y[1] = A_1 - A_2 + \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = 0$$

$$2A_1 = -5/2 \quad A_1 = -\frac{5}{4} \rightarrow A_2 = \frac{11}{12}$$

Katsayılar yerine yazılarak ve negatif anlar da dikkate alınarak

$$y[n] = \left(-\frac{5}{4} + \frac{11}{12} (-1)^n + \frac{3}{2} n + \frac{1}{3} \cdot 2^n \right) \cdot u[n] \quad \text{bulunur.}$$

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI

10 Kasım 2014 Süre: 80 dakika

10 puanlık sorulardan (1., 2., 5., 7., 8.) birisi fazla olup en düşük puan aldığınız sayılmayacaktır.

1) a) Şu sinyalin tek ve çift bileşenlerini yazınız (çizim istenmiyor):

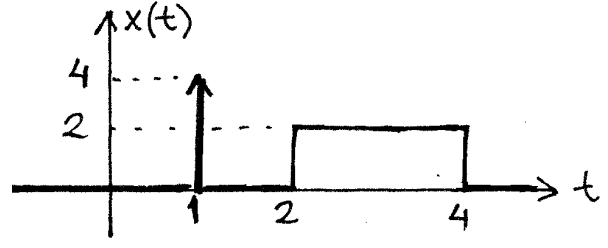
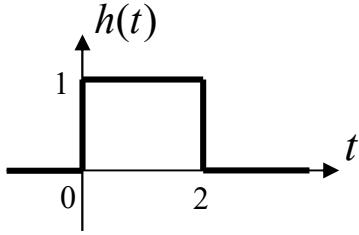
$$x[n] = 2n^2 - n^3 + 5 - \cos[4n] + \sin[n/7] \quad (5 \text{ puan})$$

b) Aşağıdaki sinyalin periyodik olup olmadığını, periyodik ise ana periyodunu söyleyiniz.

$$y(t) = \cos(3\pi t) + \sin(5t) \quad (5 \text{ puan})$$

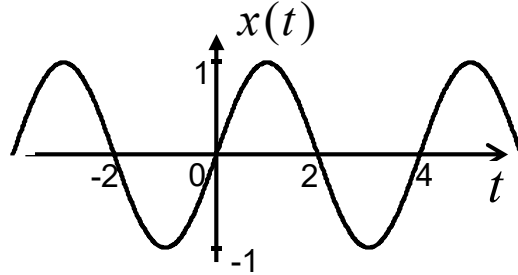
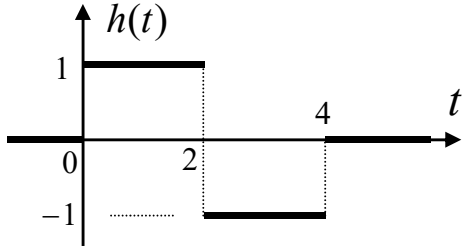
2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = x[n] + 3x[n-2] - x[0]$ ile verilen sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? (10 puan) (Açıklama beklenmiyor)

3)

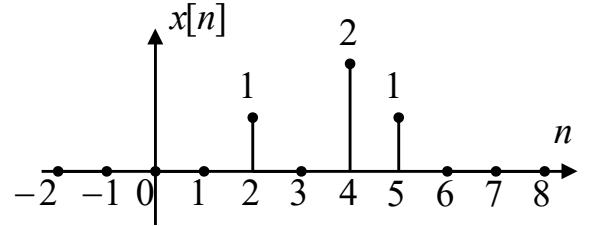
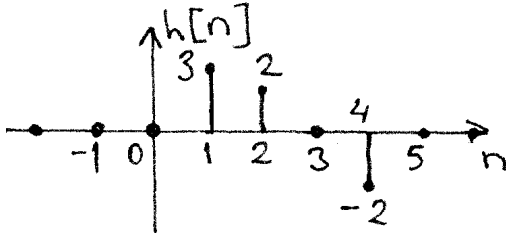


Doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin birim darbe tepkisi $h(t)$ ile girişi $x(t)$ yukarıdaki şekillerde verilmiştir. Sistem çıkışı $y(t)$ 'yi çiziniz. (20 puan)

4) Doğrusal ve zamanla değişmez (DZD) bir sistemin birim darbe tepkisi $h(t)$ ile $x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ giriş şekillerde verilmiştir. Sistem çıkışını ($y(t)$) bulunuz. (20 puan) (Çizmeniz beklenmiyor)



5) DZD bir sistemin birim darbe tepkisi $h[n]$ ve girişi $x[n]$ aşağıdaki şekillerde verilmiştir. Sistem çıkışını ($y[n]$) çiziniz. (10 puan)



6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $\dot{y}(t) + 2y(t) = 3x(t)$ ile verilen sistemin çıkışını, $x(t) = e^{-2t}u(t)$ giriş sinyali ve $y(0) = 0$ başlangıç şartı için bulunuz. (20 puan)

7) 6. Soruda verilen sistemin nedensel olduğunu düşünerek birim darbe tepkisini bulunuz. (10 puan)

8) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n+3] - y[n+1] = x[n]$ ile verilen sistemin çıkışına ait yalnız homojen çözüm bileşenini yazınız. (Katsayılar belirlenmeden bırakılacak) (10 puan)

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
10 Kasım 2014

1) a) n 'in tek kuvvetleri ile sin tek, n 'in çift kuvvetleri, sabit ve cos çifttir. Uzun işlemlere gerek yoktur.

Tek: $x_T[n] = -n^3 + \sin[n/7]$

Çift: $x_C[n] = 2n^2 + 5 - \cos[4n]$

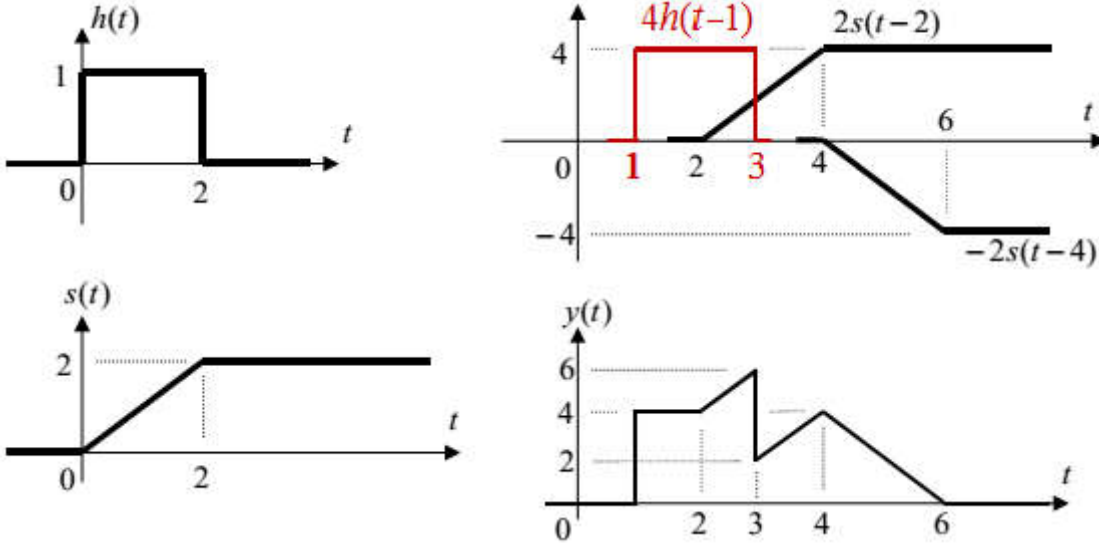
b) İlk bileşen $2\pi/3\pi = 2/3$ ile, ikinci bileşen ise $2\pi/5$ ile periyodiktir. Bunların oranı $(2/3)/(2\pi/5) = 5/(3\pi)$ irrasyonel olduğu için ortak tam katları yoktur. Bu yüzden $y(t)$ sinyali periyodik değildir.

2) Belleklidir. Nedensel değildir, çünkü $n < 0$ için gelecekteki giriş $x[0]$ 'a bağlıdır. Kararlıdır, çünkü giriş sınırlıysa sağdaki her terim de sınırlıdır. Doğrusaldır. Zamanla değişendir, çünkü giriş ötelenirse çıkışta önceki $x[0]$ yerine başka bir değer yer alır, çıkışın ötelenmişinden farklı olur.

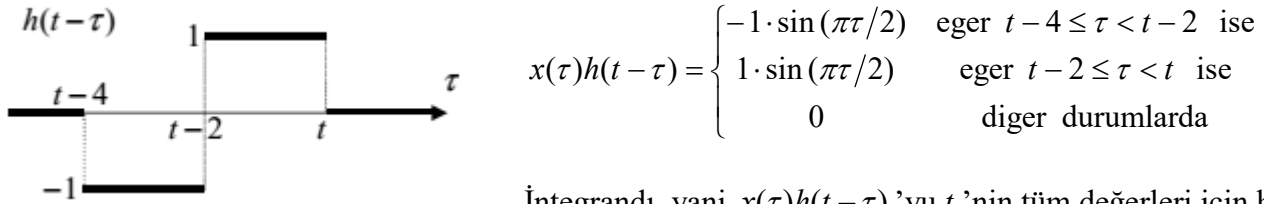
3) $x(t) = 4\delta(t-1) + 2u(t-2) - 2u(t-4)$ olduğundan, $h(t)$ ve birim basamak tepkisi $s(t)$ cinsinden

$y(t) = 4h(t-1) + 2s(t-2) - 2s(t-4)$ yazılabilir. Öyleyse önce aşağıda soldaki gibi $s(t)$ 'yi bulalım.

$s(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau$. Sonra da $y(t)$ 'deki bileşenleri önce tek tek çizip sonra toplayalım. Aşağıda sağdaki gibi.



4) $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau) d\tau$. Aşağıda solda $h(t-\tau)$ çizilmiştir. $x(\tau) = \sin(\pi\tau/2)$ olduğundan



$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -1 \cdot \sin(\pi\tau/2) & \text{eger } t-4 \leq \tau < t-2 \text{ ise} \\ 1 \cdot \sin(\pi\tau/2) & \text{eger } t-2 \leq \tau < t \text{ ise} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

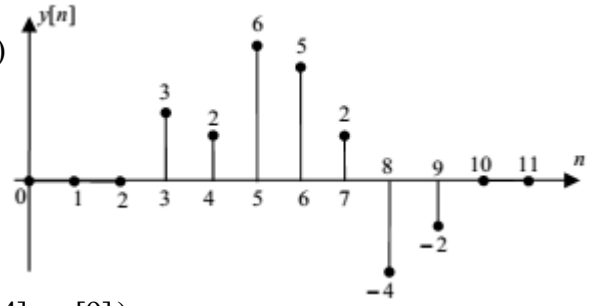
İntegrandı, yani $x(\tau)h(t-\tau)$ 'yu t 'nin tüm değerleri için hep aynı şekilde yazabildiğimizden t 'ye göre bölgelere ayırmaya gerek yoktur. Ama yukarıdaki ifade parçalı tanımlı olduğundan, integralimiz de parçalardan oluşacaktır:

$$y(t) = \int_{\tau=t-4}^{t-2} -\sin(\pi\tau/2) d\tau + \int_{\tau=t-2}^t \sin(\pi\tau/2) d\tau = \left[\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi\tau}{2} \right]_{\tau=t-4}^{t-2} + \left[-\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi\tau}{2} \right]_{\tau=t-2}^t$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[\underbrace{\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \pi\right)}_{-\cos(\pi t/2)} - \underbrace{\cos\left(\frac{\pi t}{2} - 2\pi\right)}_{\cos(\pi t/2)} - \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + \underbrace{\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \pi\right)}_{-\cos(\pi t/2)} \right] = \boxed{y(t) = -\frac{8}{\pi} \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)}$$

5) $y[n] = x[n] * h[n]$ Her iki sinyal de sonlu süreli olduğu için klasik çarpmaya benzeyen yolla yapalım:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 2 & 1 \text{ (En sağdaki } x[5]) \\
 3 & 2 & 0 & -2 \text{ (En sağdaki } h[4]) \\
 \times \\
 \hline
 -2 & 0 & -4 & -2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 4 & 2 & \\
 3 & 0 & 6 & 3 \\
 + \\
 \hline
 3 & 2 & 6 & 5 & 2 & -4 & -2 \text{ (En sağdaki } y[5+4] = y[9])
 \end{array}
 \end{array}$$



6) $\lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = -2$ Verilenlerden $t < 0$ için $y(t) = 0$ olduğu anlaşılmaktadır.

$t \geq 0 \Rightarrow y_h(t) = Ae^{-2t}$ (homojen çözüm)

Sağdaki terim $3e^{-2t}$ için üs katsayısı $-2 = \lambda$ olduğundan $y_{\delta}(t) = cte^{-2t}$

$$\rightarrow \dot{y}_{\delta}(t) = ce^{-2t} - 2cte^{-2t}$$

Bunlarla diferansiyel denklemde sağ tarafa ilgili terimi de yazarak y yerine y_{δ} koyarak:

$$ce^{-2t} - 2cte^{-2t} + 2cte^{-2t} = 3e^{-2t} \rightarrow c = 3 \rightarrow y(t) = Ae^{-2t} + 3te^{-2t}$$

Başlangıç şartından, $y(0) = A + 0 = 0 \rightarrow A = 0$

Tüm zamanları dikkate alarak yazarsak: $y(t) = 3te^{-2t}u(t)$

7) Nedensellikten $t < 0$ için $h(t) = 0$ olduğu anlaşılmaktadır.

$$t \geq 0 \Rightarrow \dot{h}(t) + 2h(t) = 0 \rightarrow \lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = -2 \rightarrow h(t) = Be^{-2t}$$

Başlangıç şartı = sağdaki katsayı / soldaki baş katsayı = $3/1 = 3 = h(0) = B$

Tüm zamanları dikkate alarak yazarsak: $h(t) = 3e^{-2t}u(t)$

8) $\lambda^3 - \lambda = 0 \rightarrow$ Burada λ 'nın sıfır olan kökü dikkate alınmaz; çünkü $n < 0$ için 0^n tanımsızdır.

Dolayısıyla $\lambda^2 + 1 = 0$ $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$

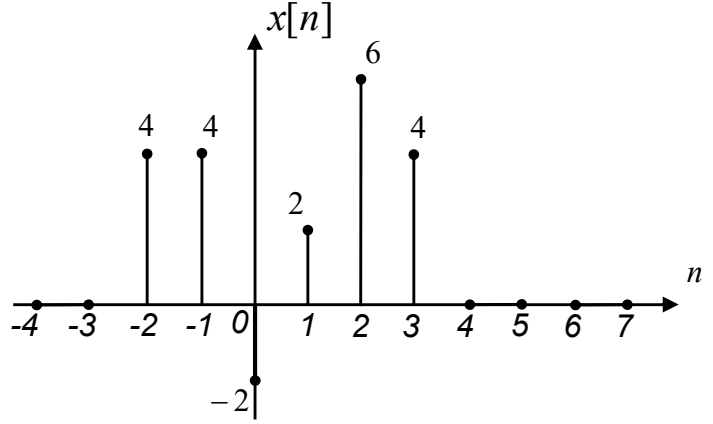
Homojen çözüm: $y_h[n] = A_1 1^n + A_2 (-1)^n = A_1 + A_2 (-1)^n$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
15.4.2015 Süre: 75 dakika

1) Aşağıdaki sinyallerin periyodik olup olmadıklarını ve periyodik olan(lar)ın ana periyodunu yazınız. (10 puan)

a) $y[n] = \cos[2\pi n/9] + (-1)^n$

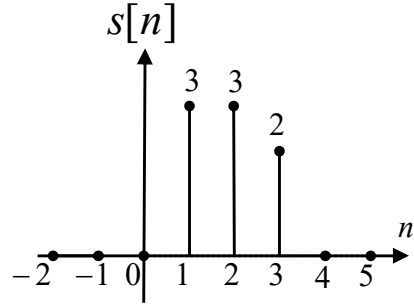
b) $x(t) = \sin(\sqrt{2}\pi t/5) + \cos(\pi t/3)$



2) Yan üstteki şekilde verilen $x[n]$ sinyalinin tek ve çift bileşenlerini çizin. (14 puan)

3) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = \sum_{k=0}^3 n x[n+k]$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? (5x2 = 10 puan) (Açıklama beklenmemektedir.)

4) Birim basamak tepkisi şeklindeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine de $x[n] = s[n]$ sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çizin. İstedığınız yolla yapınız. (21 puan)
Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini çizmeniz kolaylıktır.



5) Birim darbe tepkisi (h) ve girişi (x) aşağıda verilen doğrusal zamanla değişmez sistemlerden istediğiniz birisinin çıkışını (y) bulunuz. (25 puan) (Sonucu çizmeniz beklenmemektedir; ancak verilen sinyalleri çizerek başlamanız kolaylıktır.)

a) $h[n] = u[n] - u[n-3]$, $x[n] = 3 + (-1)^n$

b) $h(t) = u(t) - u(t-2)$, $x(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$

6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2\ddot{y}(t) + 32y(t) = 10x(t-3)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (20 puan)

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SINYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI

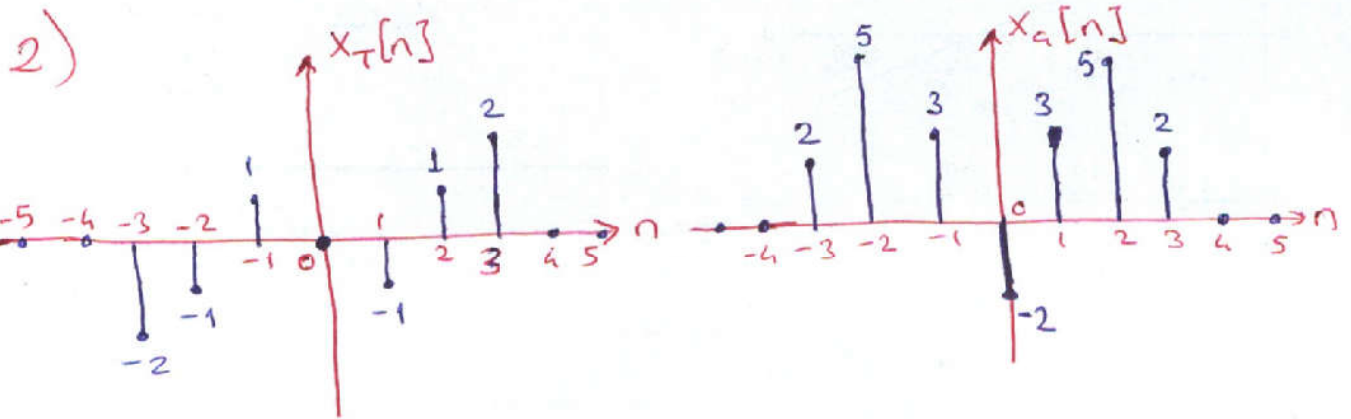
15 Nisan 2015

1) a) $\cos\left[\frac{2\pi n}{9}\right] \rightarrow \frac{2\pi}{2\pi/9} = 9$ ile periyodik.
 $(-1)^n \rightarrow 2$ ile periyodik. } $y[n]$ ise
 EKOK(9,2)=18 ile periyodik.

b) $\sin\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{5}t\right) \rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{2}\pi/5} = \frac{5}{\sqrt{2}} = T_1$ ile periyodik

$\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \rightarrow \frac{2\pi}{\pi/3} = 6 = T_2$ ile periyodik.

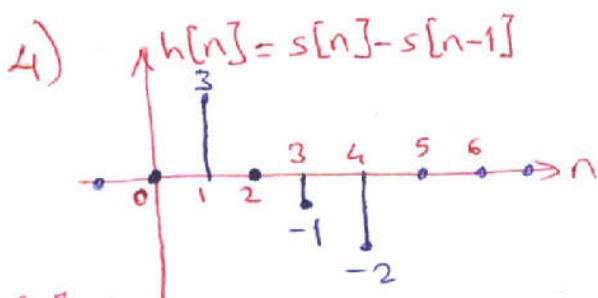
Ancak T_1/T_2 irrasyonel olduğundan $x(t)$ periyodik DEĞİL.



3) $y[n] = nx[n] + nx[n+1] + nx[n+2] + nx[n+3]$

$y[n] = n \cdot (x[n] + x[n+1] + x[n+2] + x[n+3])$

Doğrusal, bellekli, nedensel DEĞİL, kararlı, zamanla DEĞİŞEN.



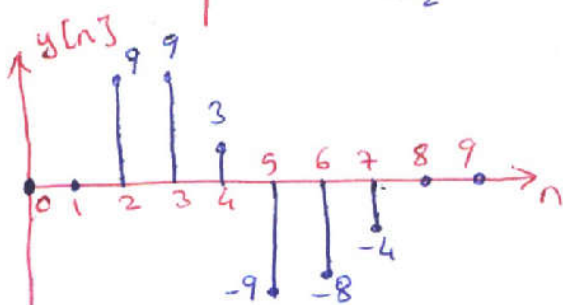
$y[n] = x[n] * h[n] = h[n] * \underbrace{x[n]}_{s[n]}$

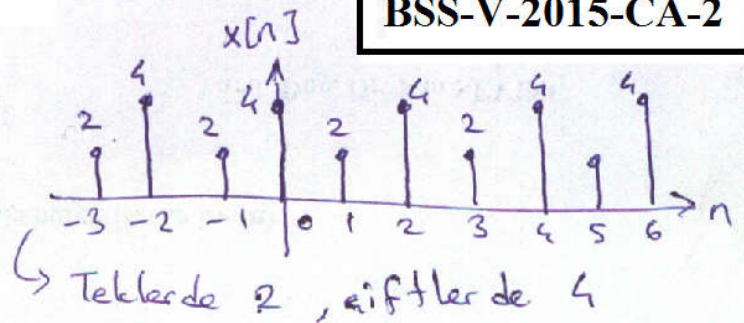
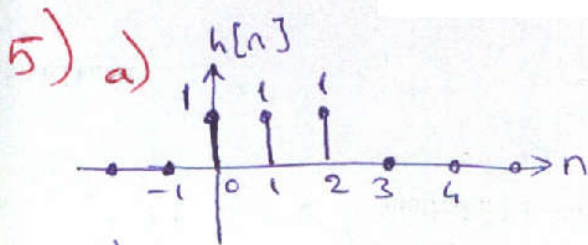
Hem $x[n]$ hem $h[n]$ sonlu süreli.

	3	0	-1	-2	$\rightarrow h[4]$
x	3	3	2		$\rightarrow x[3]$

	6	0	-2	-4			
	9	0	-3	-6			
t	9	0	-3	-6			
	9	9	3	-9	-8	-4	$\rightarrow y[7]$

$\hookrightarrow y[2]$





1. yol:

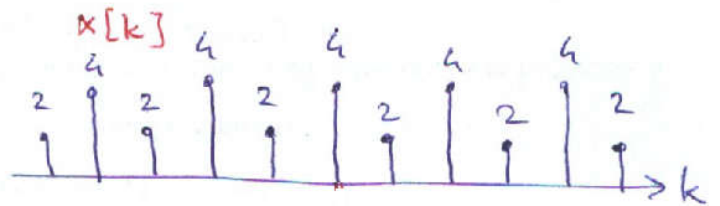
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] = 1 \cdot x[n] + 1 \cdot x[n-1] + 1 \cdot x[n-2]$$

n tekse $\rightarrow 2 + 4 + 2 = y[n] = 8$

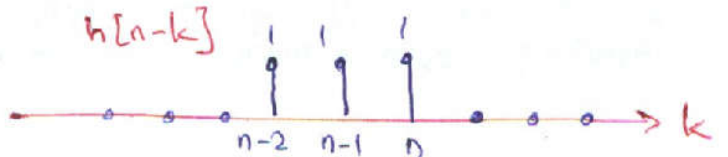
n çiftse $\rightarrow 4 + 2 + 4 = y[n] = 10$

2. yol:

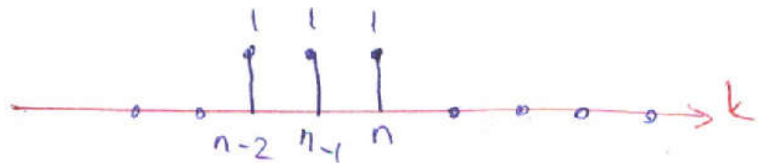
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$



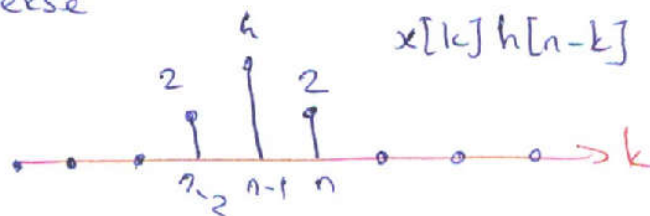
n tekse \rightarrow



n çiftse

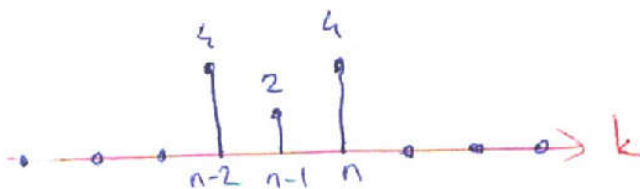


Yani n tekse



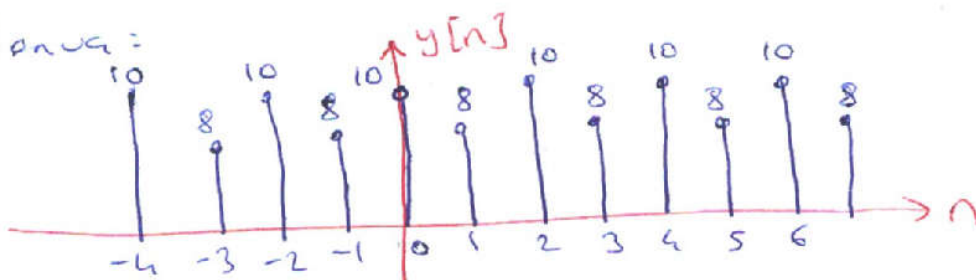
$$\Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] = 2 + 4 + 2 = 8$$

n çiftse

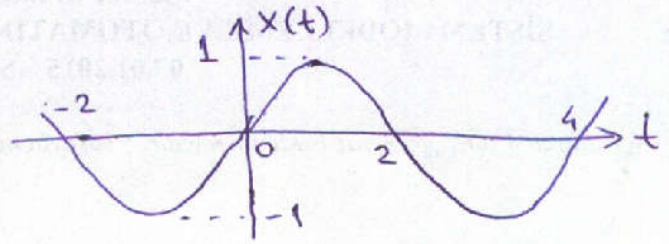
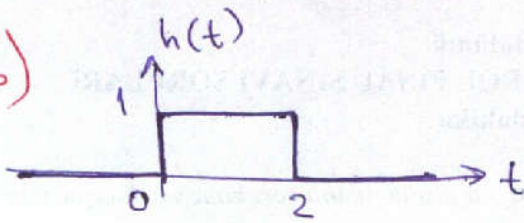


$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] = 4 + 2 + 4 = 10$$

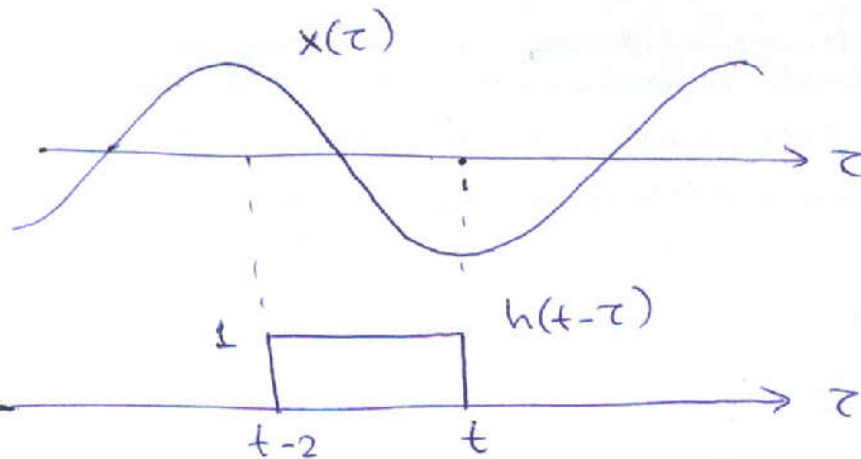
Sonuç:



5-b)



1. $y_0(t) = \int_{z=-\infty}^{+\infty} x(z)h(t-z)dz$



$$x(z)h(t-z) = \begin{cases} 1 \cdot \sin(\pi z/2) & t-2 \leq z \leq t \\ 0 & \text{differ} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{z=t-2}^t \sin\left(\frac{\pi z}{2}\right) dz = -\frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\pi z}{2}\right) \Big|_{z=t-2}^t$$

$$= \frac{2}{\pi} \left(\underbrace{\cos\left[\frac{\pi t}{2} - \pi\right]}_{-\cos \frac{\pi t}{2}} - \cos\left[\frac{\pi t}{2}\right] \right) = \boxed{-\frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi t}{2} = y(t)}$$

2. $y_0(t) = \int_{z=-\infty}^{+\infty} h(z)x(t-z)dz = \int_{z=0}^2 \sin\left(\frac{\pi t - \pi z}{2}\right) dz$

$$= \frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\pi t - \pi z}{2}\right) \Big|_{z=0}^2 = \frac{2}{\pi} \left(\cos\left[\frac{\pi t}{2} - \pi\right] - \cos \frac{\pi t}{2} \right) =$$

6) $t > 3 \Rightarrow 2\ddot{h}(t) + 32h(t) = 0 \rightarrow 2\lambda^2 + 32 = 0$

$\lambda = \pm j4 \rightarrow h(t) = A \cos 4(t-3) + B \sin 4(t-3)$

$h(3) = 0 = A$ $\dot{h}(3) = \frac{10}{2} = 5 = 4B \rightarrow B = 5/4$

$\rightarrow h(t) = \frac{5}{4} \sin 4(t-3) \cdot u(t-3)$

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
09.11.2015 Süre: 80 dakika

1) $x[n] = 2u[n + 2] + 4u[n - 3] + 2\delta[n - 1]$ sinyalinin önce kendisini sonra tek ve çift bileşenlerini çizin. (4+6+6=16 puan)

2) Aşağıdaki sinyallerin her birinin periyodik olup olmadığını, periyodik ise ana periyodunu söyleyiniz.

$$x[n] = (-1)^n + \sin[7\pi n/3] \quad y(t) = \cos(\sqrt{2} \cdot t) + \sin(2t) \quad (7 \text{ puan})$$

3) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$y[n] = x[5]$$

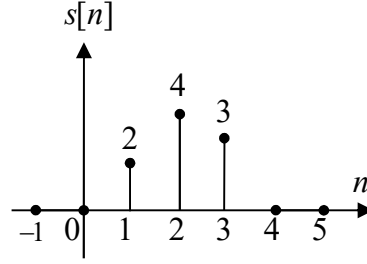
ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir, tersine çevrilebilir midir? (6x2 = 12 puan) (Açıklama beklenmemektedir.)

4) Birim basamak tepkisi şeklindeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine

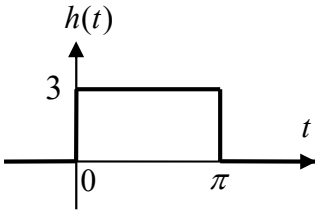
$$x[n] = \begin{cases} s[n] + 2 & 1 \leq n \leq 3 \text{ ise} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çiziniz. (20 puan) İstedığınız yolla hesaplayınız.

Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini bulmanız kolaylıktır.



5) Birim darbe tepkisi $h(t)$ şekilde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin girişine $x(t) = u(t) \cdot \cos(2t)$ sinyali uygulanırsa çıkışı ($y(t)$) ne olur? Bulunuz ve çiziniz. (25 puan)

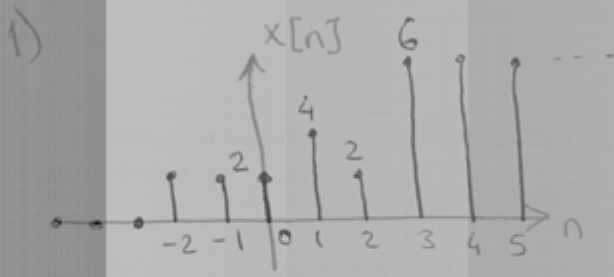


6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$3\ddot{y}(t) + 27y(t) = 6x(t)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (20 puan)

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
09.11.2015

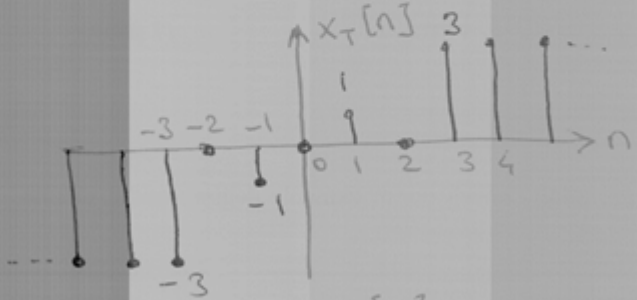


$$x_T[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2} \rightarrow \text{Tek}$$

$$x_T[0] = 0 \quad (\text{daima})$$

$$x_T[1] = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$x_T[2] = \frac{2-2}{2} = 0$$



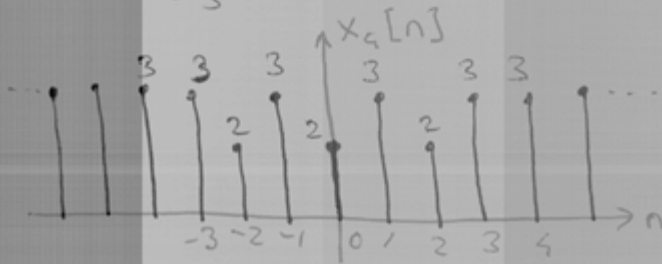
$$n \geq 3 \Rightarrow x_T[n] = \frac{6-0}{2} = 3$$

$$x_G[n] = \frac{x[n] + x[-n]}{2} \rightarrow \text{Çift}$$

$$x_G[0] = 2 \quad (\text{daima } x[0])$$

$$x_G[1] = \frac{4+2}{2} = 3$$

$$x_G[2] = \frac{2+2}{2} = 2$$



$$n \geq 3 \Rightarrow x_G[n] = \frac{6+0}{2} = 3$$

x_T orijine, x_G düşey eksene göre simetrik çizilir.

2) $x[n] = (-1)^n + \sin\left[\frac{7\pi n}{3}\right]$
 2 ile periyodik $\frac{2k\pi}{7\pi/3} = \frac{6k}{7} \rightarrow$ Tamsayı olması için en küçük $k=7 \rightarrow \frac{6k}{7} = 6$ ile periyodik

$x[n]$ ise $\text{EKOK}(2, 6) = \underline{\underline{6 = N_0}}$ ana periyoduyla periyodik.

$$y(t) = \underbrace{\cos(\sqrt{2}t)}_{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi \text{ ile periyodik}} + \underbrace{\sin 2t}_{\frac{2\pi}{2} = \pi \text{ ile periyodik}}$$

Ancak $\sqrt{2}\pi$ ile π arasındaki oran ($\sqrt{2}$) irrasyonel olduğu için bu iki bileşenin periyotlarının ortak bir tam katı yok. Bu yüzden $y(t)$ periyodik değil.
 \hookrightarrow (Tamsayı olması gerekmiyor ama yine de yok.)

3) $x[n] = a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n]$ için çıkış $= a_1 x_1[5] + a_2 x_2[5]$
 $x[5] =$

$a_1 \underbrace{y_1[n]}_{x_1[5]} + a_2 \underbrace{y_2[n]}_{x_2[5]} = a_1 x_1[5] + a_2 x_2[5]$ $\swarrow =$ Doğrusal

Belleklidir; çünkü $x[5]$ değerini saklamak gerekiyor.
 Nedensel değildir; çünkü $n < 5$ için çıkış, gelecekteki girişe bağlı.

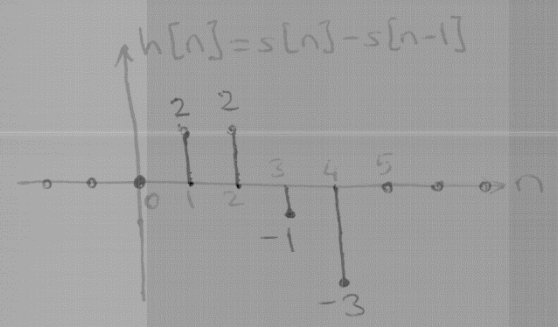
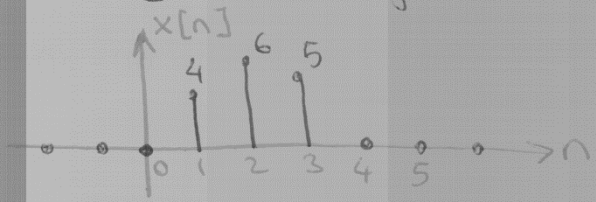
Kararlıdır; çünkü giriş sınırlıysa çıkış $= x[5]$ de a çıkışa sınırlı.

Tersine çevrilemez; çünkü çıkışta girişe ait tek bilgi $x[5]$. Diğer anlarda farklı giriş sinyallerini ayırt edemeyiz.

Zamanla değişendir; çünkü sadece $y[n]$ ötelenirse aynı sinyal; ama giriş ötelenirse, çıkış farklı olur.

4) $h[n] = s[n] - s[n-1]$

$x[n] = \begin{cases} s[n] + 2 & 1 \leq n \leq 3 \text{ ise} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$

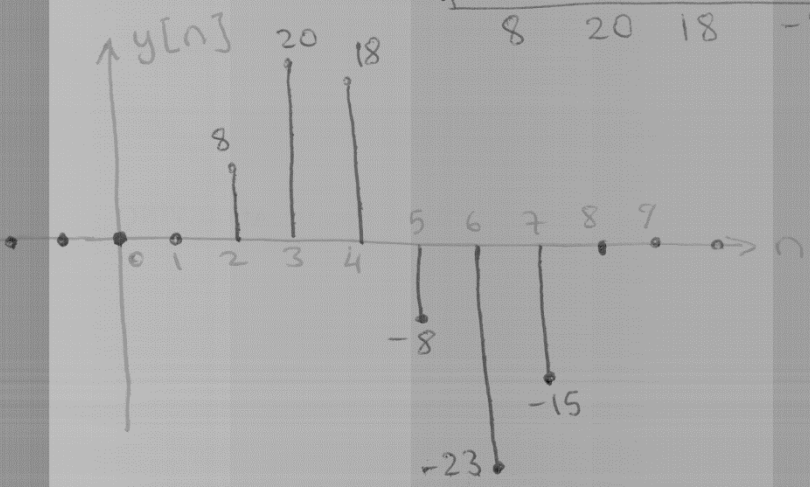


$y[n] = x[n] * h[n]$

	2	2	-1	-3	
x	4	6	5		

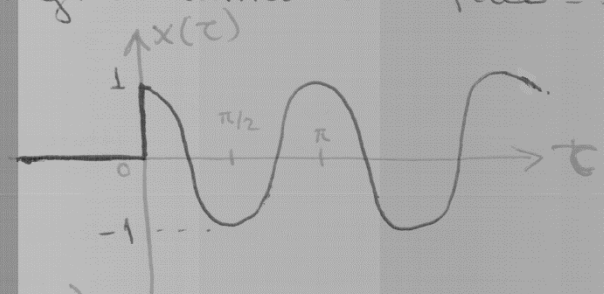
	10	10	-5	-15		
	12	12	-6	-18		
+	8	8	-4	-12		
	8	20	18	-8	-23	-15

$\rightarrow y[4+3] = y[7]$

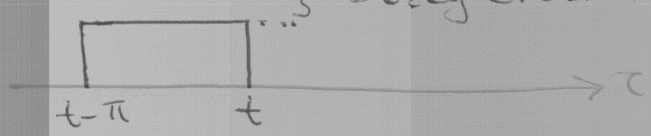


5) $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$

İntegrali alınacak ifade = $x(\tau) h(t-\tau)$



$h(t-\tau)$ 3 Düzey eksenin yeri t'ye bağlı olduğu için çizmedik.



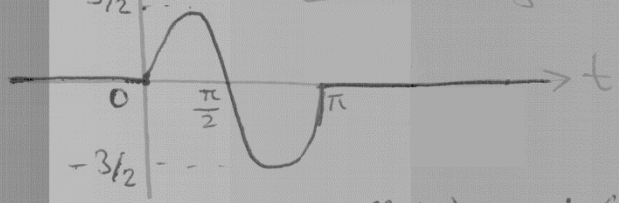
↳ $t-\tau=0$ olduğu için
 ↳ $t-\tau=\pi$ olduğu için.

$t < 0$ ise: $x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau$ için. $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 \cdot d\tau = 0$

$0 \leq t < \pi$ ise: $x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 3 \cos 2\tau & 0 \leq \tau \leq t \text{ ise} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$
 $y(t) = \int_{\tau=0}^t 3 \cos 2\tau d\tau = \frac{3}{2} \sin 2\tau \Big|_{\tau=0}^t = \frac{3}{2} \sin 2t$

$t \geq \pi$ ise: $x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 3 \cos 2\tau & t-\pi \leq \tau \leq t \text{ ise} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$
 $y(t) = \int_{\tau=t-\pi}^t 3 \cos 2\tau d\tau = \frac{3}{2} \sin 2\tau \Big|_{\tau=t-\pi}^t = \frac{3}{2} \sin 2t - \frac{3}{2} \sin 2(t-\pi)$
 $\sin(2t-2\pi)$ etkisiz

$y(t) = \begin{cases} \frac{3}{2} \sin 2t & 0 \leq t < \pi \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \Rightarrow y(t) = 0$



6) $t > 0$ için $3\ddot{h}(t) + 27h(t) = 0, \quad h(0) = 0, \quad \dot{h}(0) = \frac{6}{3} = 2$
 $3\lambda^2 + 27 = 0 \rightarrow \lambda_1 = 3j, \lambda_2 = -3j \rightarrow h(t) = A \cos 3t + B \sin 3t$

$h(0) = A = 0$
 $\dot{h}(0) = 3B = 2$
 $B = 2/3$

Tüm zamanlar için ise:
 $h(t) = \left(\frac{2}{3} \sin 3t \right) u(t)$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
09 Nisan 2016 Süre: 70 dakika

1) $x[n] = 6u[n+3] - 4u[n-1] - 2\delta[n-3]$ sinyali ile tek ve çift bileşenlerini çiziniz (6+8+8 puan)

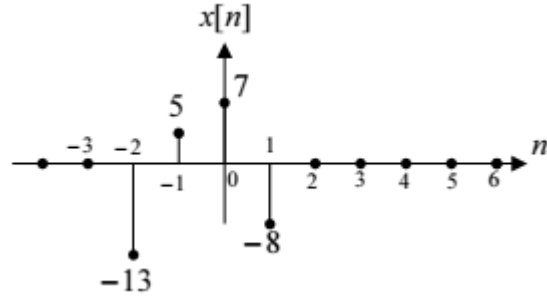
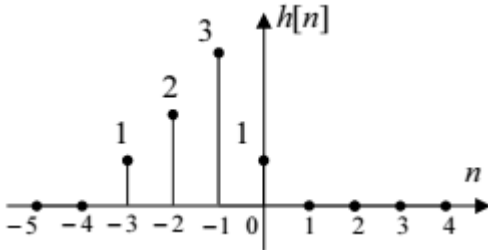
2) $x[n] = \sin\left[\frac{n\pi}{5}\right] + \cos\left[\frac{n\pi}{6}\right]$ sinyali veriliyor.

a) $x[n]$ periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (6 puan)

b) $y[n] = x[2n]$ sinyali periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (9 puan)

3) Giriş (x) – çıkış (y) ilişkisi $y(t) = x(0) \cdot x(t)$ ile verilen bir sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? Açıklama istenmemektedir. Sistem hakkında herhangi bir ek bilgi verilmemektedir. (15 puan)

4) Birim darbe tepkisi şekildeki $h[n]$ olan doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin girişine şekildeki $x[n]$ sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali $y[n]$ 'i çiziniz. (18 puan)



5) Birim darbe tepkisi h olan DZD bir sistemin girişine şekildeki x sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali y 'yi çiziniz. a ve b şıklarından istediğiniz birisini yapınız. (30 puan)

a) $h[n] = 2u[n] - 2u[n-5]$, $x[n] = 4 \times 3^{-n} u[n]$

b) $h(t) = 3u(t) - 3u(t-2)$, $x(t) = 5e^{-t}u(t)$

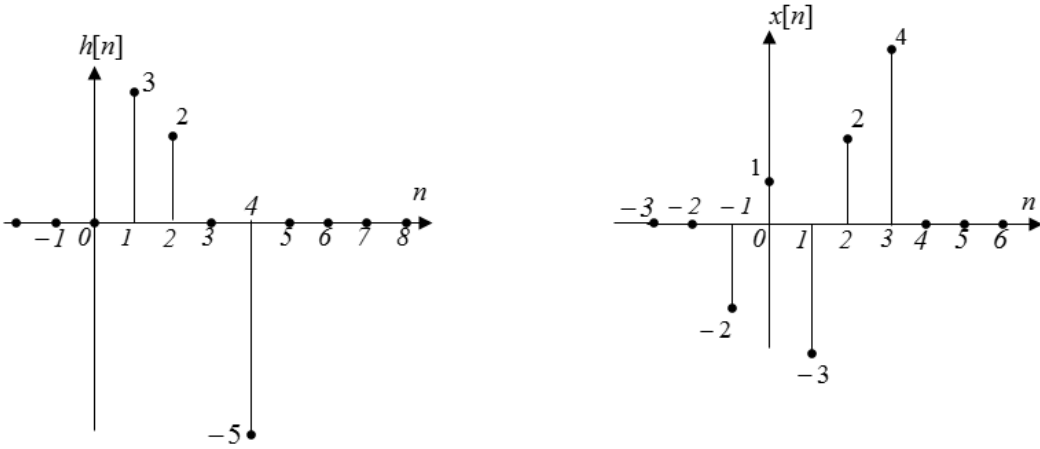
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
13.11.2016 Süre: 80 dakika

1) $x[n] = 4u[n+1] + 2\delta[n-2] - 4u[n-4]$

sinyalinin önce kendisini, sonra tek ve çift bileşenlerini çiziniz. (3x5 = 15 puan)

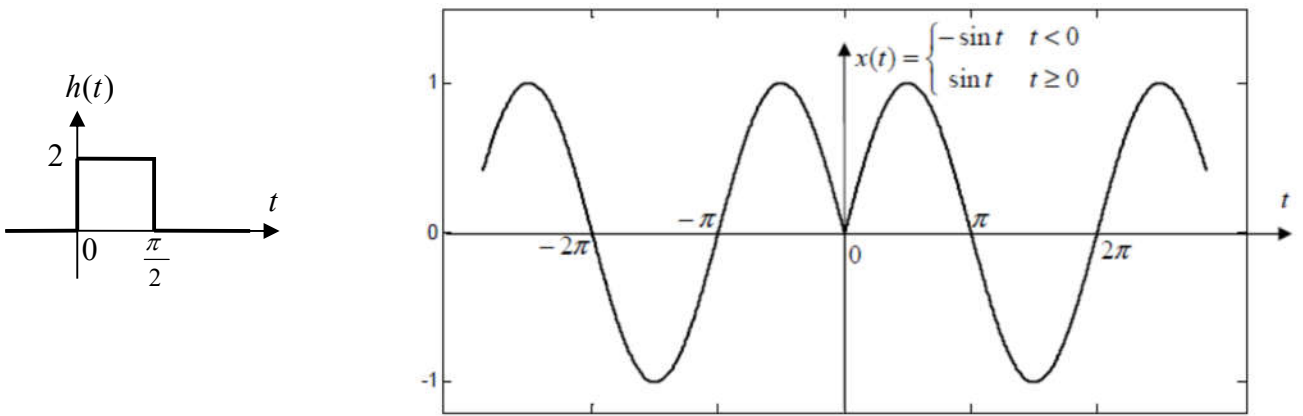
2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y(t) = \int_{t-1}^{t+2} x(\tau)d\tau$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? (5x3 = 15 puan) (Açıklama beklenmemektedir.)

3) Doğrusal ve zamanla değişmez bir sistemin birim darbe tepkisi $h[n]$ aşağıda soldaki şekilde verilmiştir.



- a) Yukarıda sağdaki şekilde verilen $x[n]$ giriş sinyali için çıkış sinyali $y[n]$ 'i bulunuz ve çiziniz. (10 puan)
b) Sistemin birim basamak tepkisi $s[n]$ 'i çiziniz. (10 puan)

4) Birim darbe tepkisi $h(t)$ ve girişi $x(t)$ şekillerde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin çıkışını bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmemektedir.)



5) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

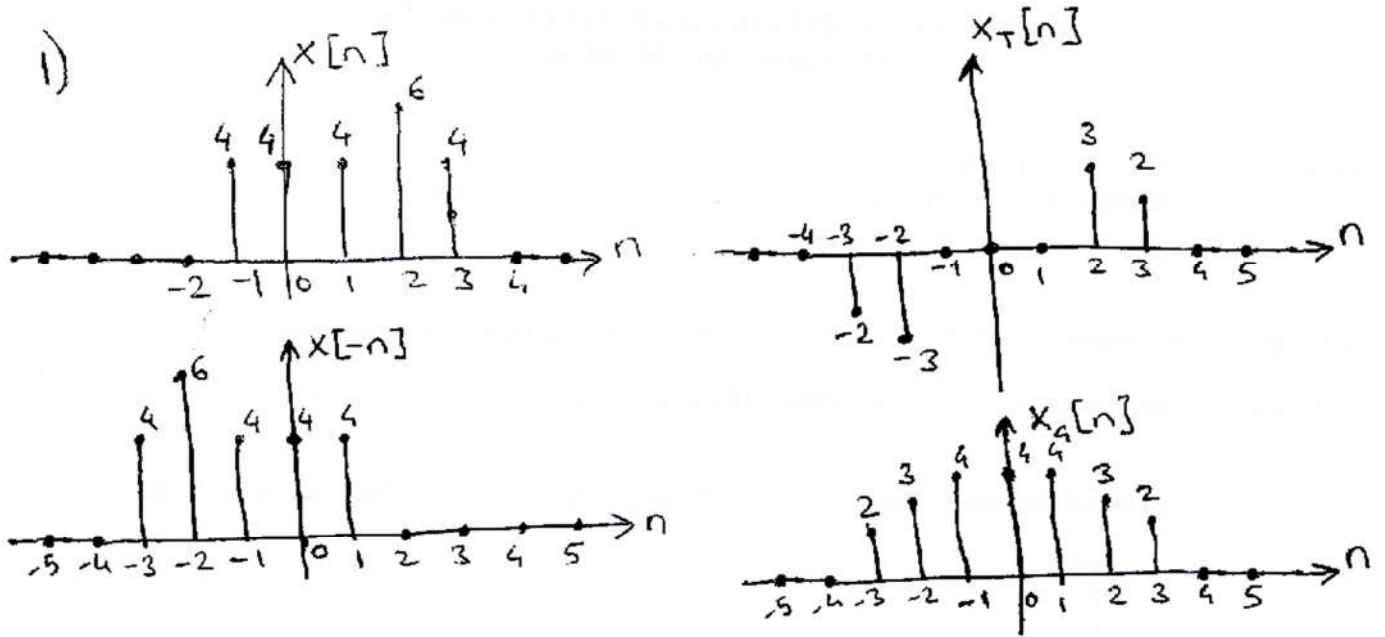
$$\ddot{y}(t) + 4y(t) = x(t)$$

ile verilen sistemin çıkışını, $x(t) = e^{-(t-3)}u(t-3)$ girişi ve $y(3) = 0$, $\dot{y}(3) = 0$ başlangıç şartları için bulunuz. (25 puan)

BAŞARILAR ...

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI

13.11.2016

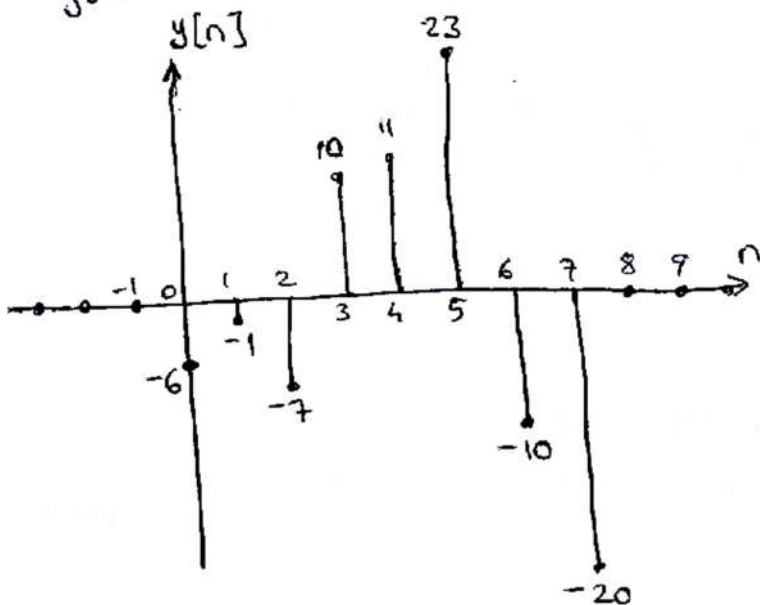


2) Doğrusal, bellekli, nedensel değil, kararlı, zamanla değişmez.

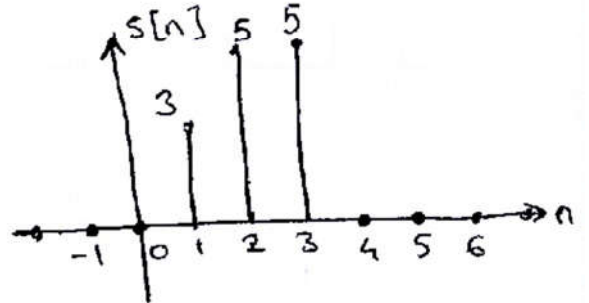
3) a)

					$x[3]$
	-2	1	-3	2	4
x		3	2	0	-5
		10	-5	15	-10
	0	0	0	0	0
	-4	2	-6	4	8
$h[4]$	-6	3	-9	6	12
	-6	-1	-7	10	11
					23
					-10
					-20

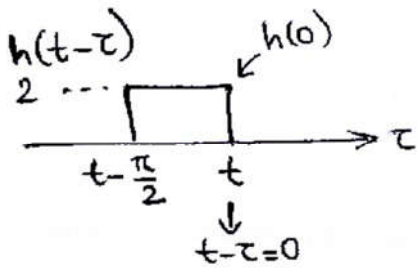
$y[3+4]=y[7]$



b) $s[n] = \sum_{k=-\infty}^n h[k]$



$$4) y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$



$t < 0$ ise:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -2\sin\tau & t - \frac{\pi}{2} \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t -2\sin\tau d\tau = 2\cos\tau \Big|_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t$$

$$y(t) = 2\cos t - \underbrace{2\cos(t - \frac{\pi}{2})}_{\sin t} = y(t) = 2\cos t - 2\sin t$$

$t \geq 0$ ve $t - \frac{\pi}{2} < 0$, yani $0 \leq t < \frac{\pi}{2}$ ise:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -2\sin\tau & t - \frac{\pi}{2} \leq \tau < 0 \\ 2\sin\tau & 0 \leq \tau < t \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^0 -2\sin\tau d\tau + \int_{\tau=0}^t 2\sin\tau d\tau = 2\cos\tau \Big|_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^0 - 2\cos\tau \Big|_{\tau=0}^t$$

$$= 2 - 2\cos(t - \frac{\pi}{2}) - 2\cos t + 2$$

$$y(t) = 4 - 2\cos t - 2\sin t$$

$t - \frac{\pi}{2} \geq 0$, yani $t \geq \frac{\pi}{2}$ ise:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin\tau & t - \frac{\pi}{2} \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t 2\sin\tau d\tau = -2\cos\tau \Big|_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t = -2\cos t + 2\sin t$$

Sonuç:

$$y(t) = \begin{cases} 2\cos t - 2\sin t & t < 0 \text{ ise} \\ 4 - 2\cos t - 2\sin t & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \text{ ise} \\ -2\cos t + 2\sin t & t \geq \frac{\pi}{2} \text{ ise} \end{cases}$$

$$5) \lambda^2 + 4 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \pm j2$$

$t < 3$ için $y(t) = 0$ olduğu belli.

$t \geq 3$ için:

$$y_h(t) = A \cos 2(t-3) + B \sin 2(t-3)$$

(Başlangıç şartları $t=3$ için verildiğinden böyle yazmak kolaylık.)

$$\ddot{y} + 4y = e^{-(t-3)} \rightarrow -1 \notin \{\lambda_1, \lambda_2\} \rightarrow y_0(t) = c e^{-(t-3)}$$

iş katsayısı ↓

$$\dot{y}_0 = -c e^{-(t-3)} \rightarrow \ddot{y}_0 = c e^{-(t-3)}$$

$$\ddot{y}_0 + 4y_0 = e^{-(t-3)} \rightarrow (c + 4c)e^{-(t-3)} = e^{-(t-3)}$$

$$c = \frac{1}{5}$$

$$y(t) = A \cos(2t-6) + B \sin(2t-6) + \frac{1}{5} e^{-(t-3)}$$

$$y(3) = A + \frac{1}{5} = 0 \rightarrow A = -\frac{1}{5}$$

$$\dot{y}(t) = -2A \sin(2t-6) + 2B \cos(2t-6) - \frac{1}{5} e^{-(t-3)}$$

$$\dot{y}(3) = 2B - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow B = \frac{1}{10}$$

Sonuç:

$$y(t) = \frac{1}{10} \left(-2 \cos(2t-6) + \sin(2t-6) + 2e^{-(t-3)} \right) u(t-3)$$

Şöyle düzenlenmiş de bulunabilirdi:

$$y(t) = \frac{1}{10} \left(-2 \cos 6 \cos 2t - 2 \sin 6 \sin 2t + \cos 6 \sin 2t - \sin 6 \cos 2t + 2e^{-(t-3)} \right) u(t-3)$$

Diğer bir ifadeyle:

$$y(t) = \frac{1}{10} \left(-(2 \cos 6 + \sin 6) \cos 2t + (\cos 6 - 2 \sin 6) \sin 2t + 2e^{-(t-3)} \right) u(t-3)$$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
05 Nisan 2017 Süre: 70 dakika

1) $x(t) = 6u(t + 3) - 4u(t - 1)$ sinyali ile tek ve çift bileşenlerini çiziniz (4+8+8 puan)

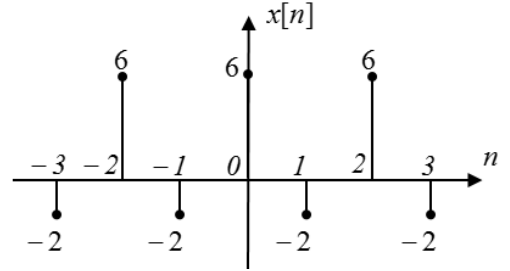
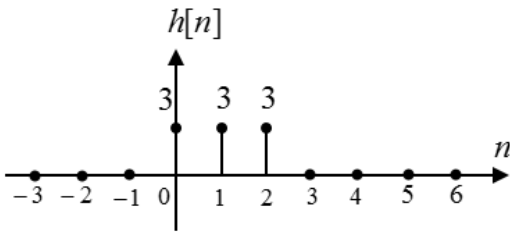
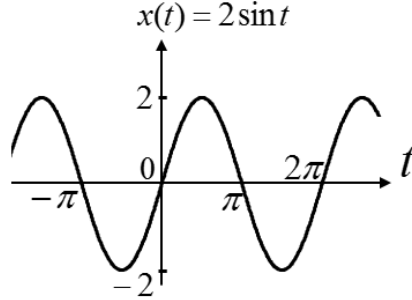
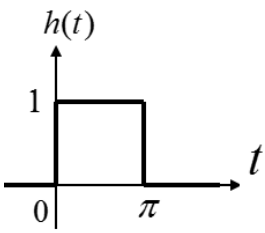
2) Aşağıda verilen sinyaller periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? Ayrı ayrı belirtiniz. (12 puan)

a) $x[n] = \sin\left[\frac{n\pi}{7}\right] + \cos\left[\frac{n\pi}{3}\right]$

b) $y(t) = \sin t + \cos(\pi t)$

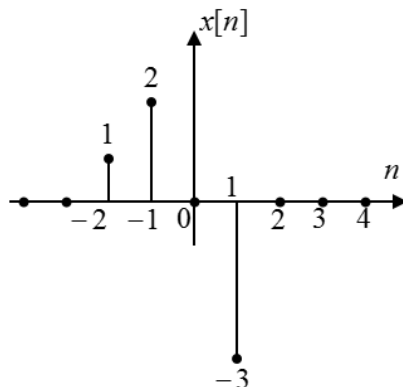
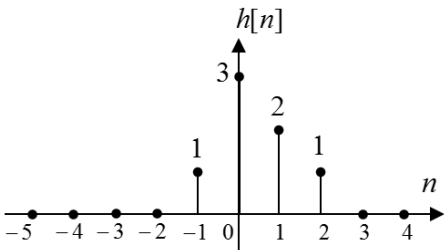
3) Giriş (x) – çıkış (y) ilişkisi $y(t) = x(0) + (t + 1)^2 x(t)$ ile verilen bir sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? Açıklama istenmemektedir. Sistem hakkında herhangi bir ek bilgi verilmemektedir. (15 puan)

4) DZD sistemin girişi x ve birim darbe tepkisi h şekillerdeki gibidir. Çıkışı y 'yi bulunuz. Sürekli zaman sistemi ile ayrık zaman sisteminden yalnız istediğiniz birisi için çözünüz. (25 puan)



5) 4. soruda birim darbe tepkisi verilen sistemin birim basamak tepkisini bulunuz. Sürekli zaman sistemi ile ayrık zaman sisteminden yalnız istediğiniz birisi için çözünüz. (15 puan)

6) Birim darbe tepkisi şekildeki $h[n]$ olan doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin girişine şekildeki $x[n]$ sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali $y[n]$ 'i çiziniz. (13 puan)



SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI

11.11.2017 Süre: 80 dakika

1) $x(t) = 6u(t+4) - 8u(t-2)$ sinyali ile tek ve çift bileşenlerini çiziniz (3+6+6 puan)

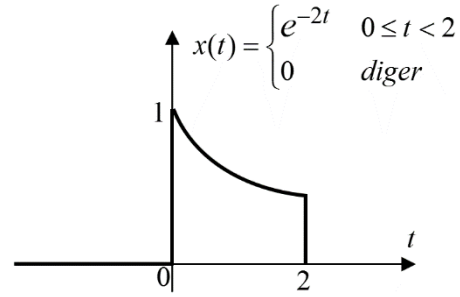
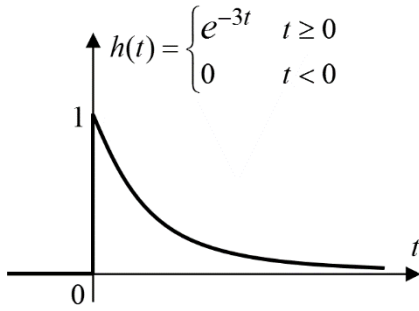
2) Aşağıda verilen sinyallerin periyodik olup olmadıklarını, periyodik iseler ana periyotlarını söyleyiniz (6 puan):

a) $x[n] = (-1)^n + \cos[2n/7]$

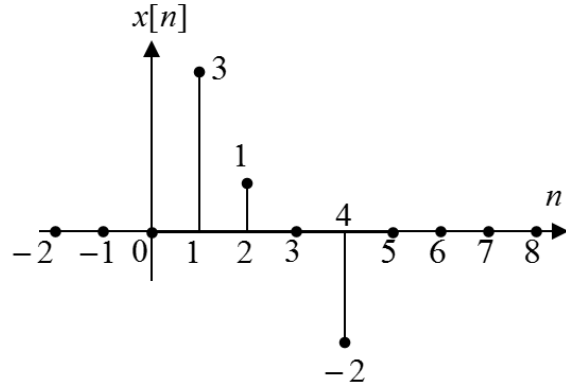
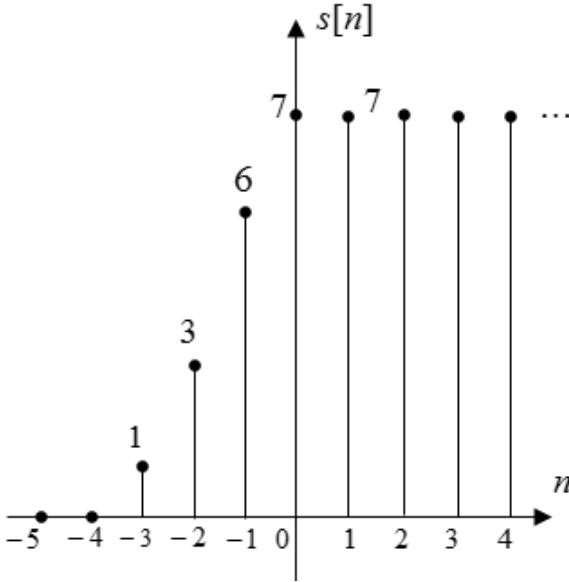
b) $y(t) = \sin(5t) + \cos(\pi t)$

3) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = \sum_{k=1}^4 k^2 x[n-k]$ ile verilen sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? (5×2 puan) Açıklama beklenmemektedir.

4) Aşağıda birim darbe tepkisi(h) ve girişi(x) verilen doğrusal zamanla değişmez (DZD) sistemin çıkışını(y) bulunuz (çizmeniz beklenmiyor). (25 puan)



5) DZD bir sistemin birim basamak tepkisi(s) ve girişi(x) aşağıda verilmiştir. Çıkışını çiziniz. (Önce birim darbe tepkisini(h) bulmanız tavsiye edilir.) (20 puan)



6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $\dot{y}(t) + 9y(t) = 5x(t)$ ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (14 puan)

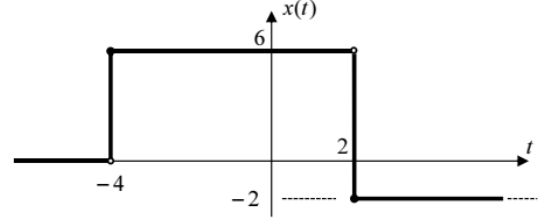
7) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n+1] - y[n] = 2x[n+1]$ ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (Sağ taraftaki ötelemenin yönüne dikkat ediniz.) (10 puan)

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
11.11.2017

1) $0 \leq t < 2$ için $x_T(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2} = \frac{6 - 6}{2} = 0$

$2 \leq t < 4$ için $x_T(t) = \frac{-2 - 6}{2} = -4$

$4 < t$ için $x_T(t) = \frac{-2 - 0}{2} = -1$

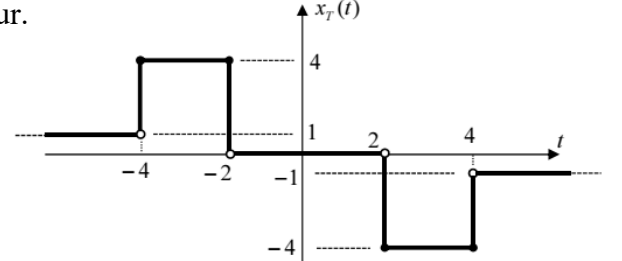


Bunlar ve orijine göre simetrikleri çizilirse yandaki $x_T(t)$ bulunur.

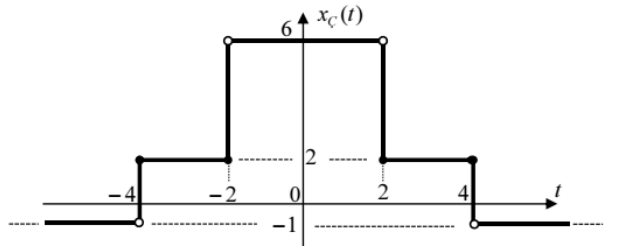
$0 \leq t < 2$ için $x_C(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6$

$2 \leq t < 4$ için $x_C(t) = \frac{-2 + 6}{2} = 2$

$4 < t$ için $x_C(t) = \frac{-2 + 0}{2} = -1$



Bunlar ve düşey eksene göre simetrikleri çizilirse yandaki $x_C(t)$ bulunur. (Sınavda söylenmediği için öğrenciden dolu ve boş noktalara dikkat etmesi beklenmiyordu.)



2) a) $\cos[2n/7]$ bileşeni için $N_0 = \frac{2k\pi}{2/7} = 7k\pi$ şartını sağlayan

k ve N_0 tamsayı çifti olamaz; çünkü $N_0/k = 7\pi$ irrasyoneldir. $(-1)^n$ bileşeninin periyodik olması yetmiyor. $x[n]$ periyodik değildir.

b) $\sin(5t)$ bileşeni $T_1 = 2\pi/5$ ile periyodik.

$\cos(\pi t)$ bileşeni $T_2 = 2\pi/\pi = 2$ ile periyodik.

Ancak T_1/T_2 irrasyonel olduğu için T_1 ve T_2 'nin ortak tam katı yoktur. $y(t)$ periyodik değildir.

3) $y[n] = x[n-1] + 4x[n-2] + 9x[n-3] + 16x[n-4]$ diye açılabilir. Her bir bileşenin ilgili şartları sağlamasından açıkça görüldüğü gibi sistem belleklidir, nedenseldir, kararlıdır, doğrusaldır ve zamanla değişmezdir.

4) $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$

İntegrali alınan $x(\tau)h(t-\tau)$ 'nın yazılış biçiminin değiştiği her t bölgesi ayrı ayrı incelenir.

$t < 0$ ise:

$x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0d\tau = 0$

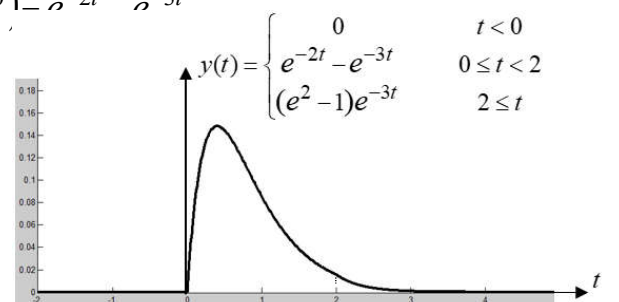
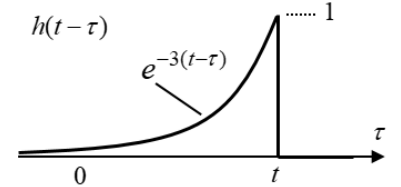
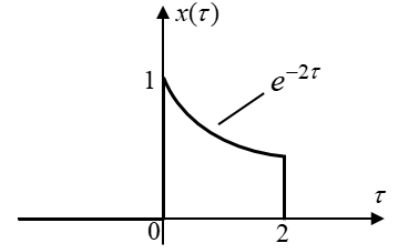
$0 \leq t < 2$ ise:

$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} e^{-2\tau}e^{-3(t-\tau)} & 0 \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$

$\rightarrow y(t) = \int_{\tau=0}^t e^{-3t}e^{\tau}d\tau = e^{-3t} \int_{\tau=0}^t e^{\tau}d\tau = e^{-3t}e^{\tau} \Big|_{\tau=0}^t = e^{-3t}(e^t - e^0) = e^{-2t} - e^{-3t}$

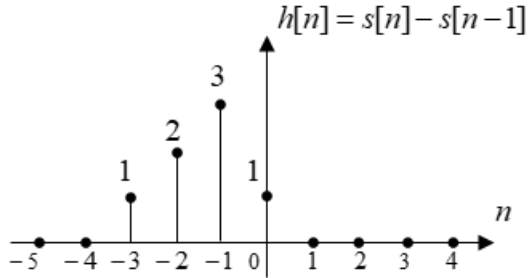
$2 \leq t$ ise:

$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} e^{-2\tau}e^{-3(t-\tau)} & 0 \leq \tau \leq 2 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$



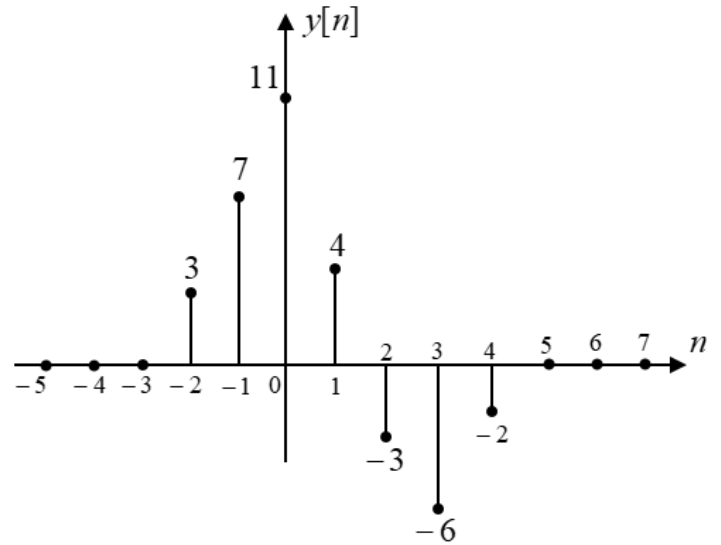
$$\rightarrow y(t) = \int_{\tau=0}^2 e^{-3t} e^{\tau} d\tau = e^{-3t} \int_{\tau=0}^2 e^{\tau} d\tau = e^{-3t} e^{\tau} \Big|_{\tau=0}^2 = (e^2 - 1)e^{-3t}$$

$$5) y[n] = x[n] * h[n]$$



			3	1	0	-2	
	×		1	2	3	1	
			3	1	0	-2	
		9	3	0	-6		
	+		6	2	0	-4	
		3	1	0	-2		
		3	7	11	4	-3	-6
							-2

$y[-3+1] = y[-2]$ $y[0+4] = y[4]$



6) $t > 0$ için $\ddot{h}(t) + 9h(t) = 0$ denklemi $h(0) = 0$, $\dot{h}(0) = 5/1 = 5$ başlangıç şartları için çözülür.

$$\lambda^2 + 9 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \mp j3 \rightarrow h(t) = A \cos 3t + B \sin 3t$$

$$h(0) = A = 0$$

$$\dot{h}(0) = 3A \sin 0 + 3B \cos 0 = 3B = 5 \rightarrow B = 5/3$$

Tüm zamanlar için ise $h(t) = \frac{5}{3} u(t) \sin 3t$

7) $n > -1$ için $h[n+1] - h[n] = 0$ denklemi $h[0] = 2/1 = 2$ başlangıç şartı için çözülür.

$$\lambda - 1 = 0 \rightarrow \lambda = 1 \rightarrow h[n] = A \cdot 1^n = A$$

$$h[0] = A = 2$$

Sıfırdan farklı ilk değeri $n = 0$ 'da aldığı için tüm zamanlar için çözüm: $h[n] = 2u[n]$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
07 Nisan 2018 Süre: 70 dakika

1) Aşağıda verilen sinyaller periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? Ayrı ayrı belirtiniz. (12 puan)

a) $x[n] = (-1)^n + \cos\left[\frac{2n\pi}{3}\right]$

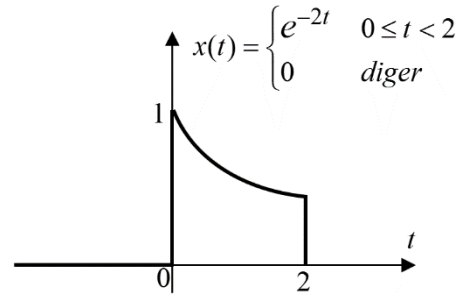
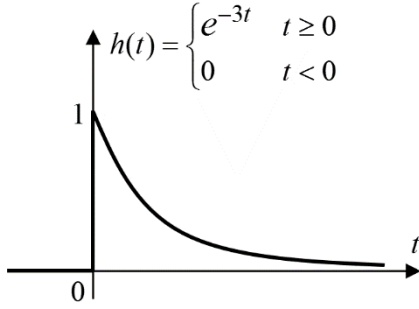
b) $y(t) = \sin(\sqrt{2} \cdot t) + \cos(2t)$

2) $x[n] = 2 + 5n - 3n^2 + n^3 - 5\sin[n/9] + 4\cos[n/7] + \sin[\pi n/3]$

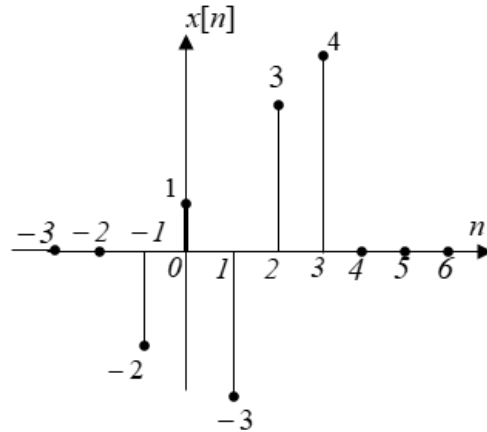
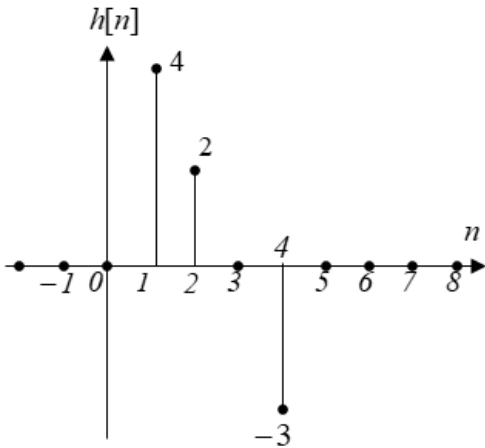
sinyalinin tek ve çift bileşenlerini yazınız. Açıklama ve çizim istenmiyor. (13 puan)

3) Giriş(x) – çıkış(y) ilişkisi $y[n] = x[n] \cdot x[n-1]$ ile verilen bir sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? Açıklama istenmemektedir. Sistem hakkında herhangi bir ek bilgi verilmemektedir. (15 puan)

4) Aşağıda birim darbe tepkisi(h) ve girişi(x) verilen doğrusal zamanla değişmez (DZD) sistemin çıkışını(y) bulunuz (çizmeniz beklenmiyor). (25 puan)



5) Aşağıda birim darbe tepkisi(h) ve girişi(x) verilen doğrusal zamanla değişmez (DZD) sistemin çıkışını(y) çiziniz. (12 puan)



6) 5. soruda birim darbe tepkisi verilen sistemin birim basamak tepkisini çiziniz. (10 puan)

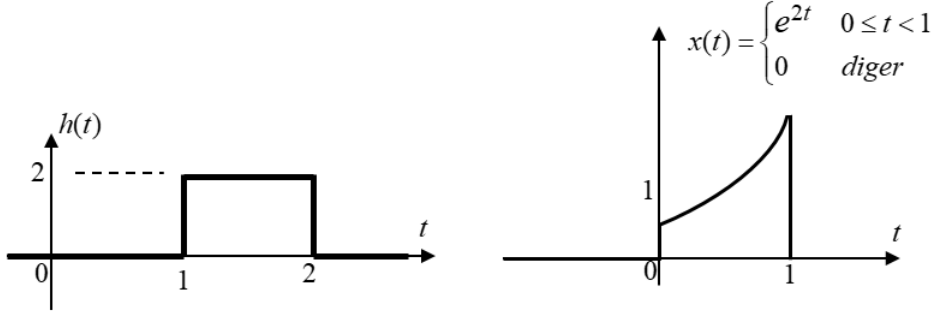
7) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $\ddot{y}(t) + 9\dot{y}(t) + 18y(t) = 4x(t)$ ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (13 puan)

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
13.11.2018 Süre: 80 dakika

1) $x(t) = 8u(t + 4) - 4u(t - 2) - 4u(t - 4)$ sinyali ile tek ve çift bileşenlerini çiziniz (3+6+6 puan)

2) Çıkışının herhangi bir andaki değeri, girişinin o ana kadarki en büyük değeri olan sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? (5×2 puan) Açıklama beklenmemektedir.

3) Aşağıda birim darbe tepkisi(h) ve girişi(x) verilen doğrusal zamanla değişmez (DZD) sistemin çıkışını(y) bulunuz (çizmeniz beklenmiyor). (25 puan)

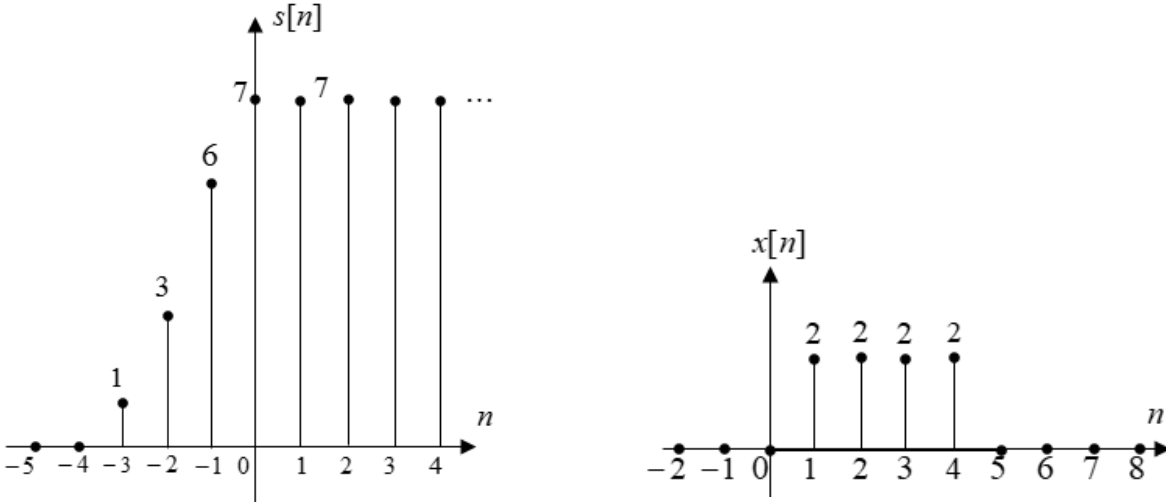


4) DZD bir sistemin birim basamak tepkisi(s) ve girişi(x) aşağıda verilmiştir.

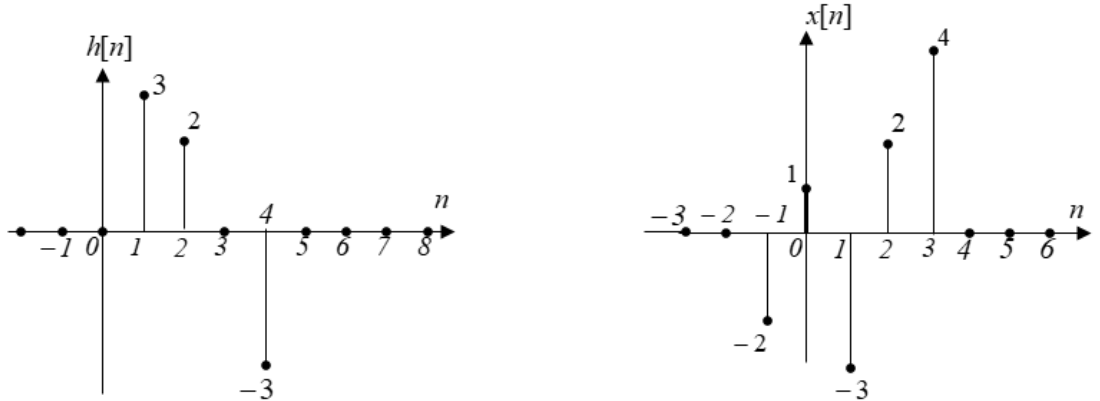
a) Çıkışını çiziniz. (12 puan)

b) Birim darbe tepkisini(h) çiziniz. (10 puan)

c) Bu sistem nedensel midir? DZD sistemlere özel gerekçesiyle yazınız. (3 puan)



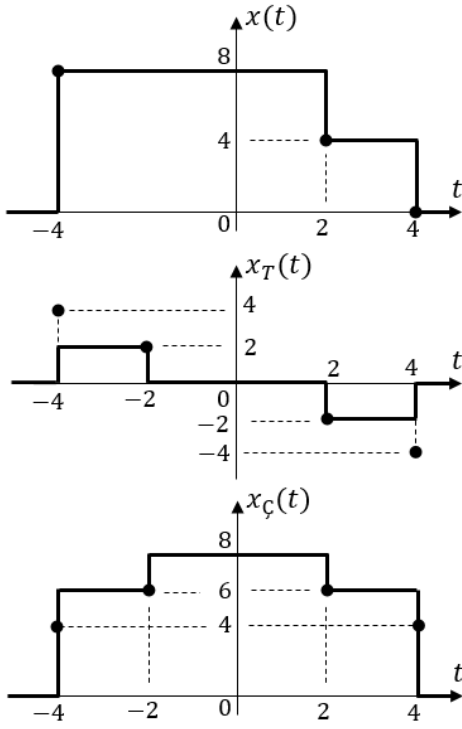
5) Aşağıda birim darbe tepkisi(h) ve girişi(x) verilen doğrusal zamanla değişmez (DZD) sistemin çıkışını(y) çiziniz. (11 puan)



6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $\dot{y}(t) + 6y(t) + 9y(t) = 4x(t)$ ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (14 puan)

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
13.11.2018

1)



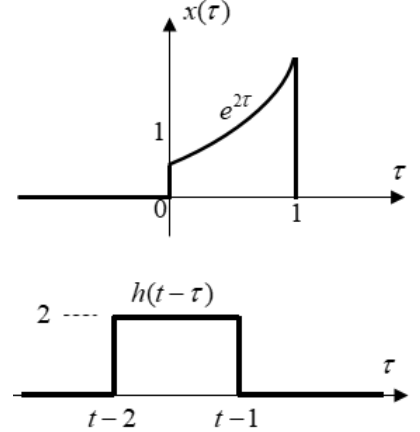
(Öğrenciden dolu noktaları göstermesi beklenmiyordu.)

- 2) Bellekli; çünkü açıkça geçmişteki değerlere bağlı.
Nedensel; çünkü açıkça o ana kadarki değerlere bağlı.
Kararlıdır; çünkü çıkış sınırlıyken en büyük değeri de sınırlı olur.
Doğrusal değildir; çünkü meselâ iki ayrı girişin en büyük değerleri aynı anlara karşılık gelmezse toplam girişin çıkışı, çıkışların toplamından farklı olur.
Zamanla değişmez; çünkü giriş ötelenirse, en büyük değeri de ötelenmiş olur.

3) $y(t) = x(t) * h(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

İntegrali alınacak $x(\tau)h(t-\tau)$ 'nun yazılış biçimini değiştiren her t durumu ayrı ayrı incelenmelidir.



$t - 1 < 0$ yani $t < 1$ ise: $x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0d\tau = 0$

$t - 2 < 0$ ve $t - 1 \geq 0$ yani $1 \leq t < 2$ ise: $x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2e^{2\tau} & 0 \leq \tau \leq t-1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$
 $\rightarrow y(t) = \int_{\tau=0}^{t-1} 2e^{2\tau} d\tau = [e^{2\tau}]_0^{t-1} = e^{2(t-1)} - 1$

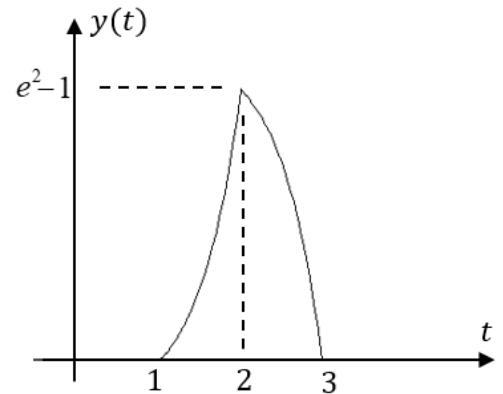
$t - 2 < 1$ ve $t - 1 \geq 1$ yani $2 \leq t < 3$ ise: $x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2e^{2\tau} & t-2 \leq \tau \leq 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$
 $\rightarrow y(t) = \int_{\tau=t-2}^1 2e^{2\tau} d\tau = [e^{2\tau}]_{t-2}^1 = e^2 - e^{2(t-2)}$

$t - 2 \leq 1$ yani $t \geq 3$ ise: $x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0d\tau = 0$

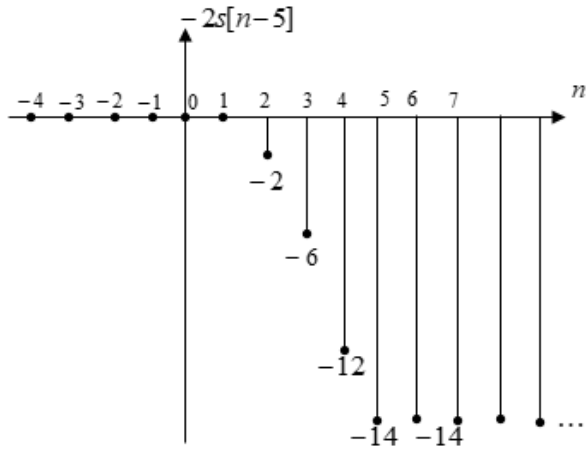
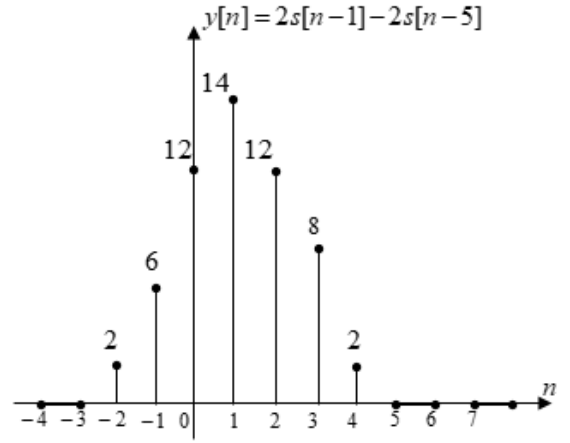
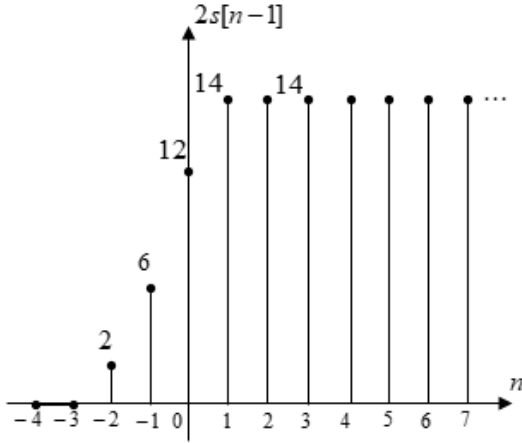
Sonuç:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ e^{2(t-1)} - 1 & 1 \leq t < 2 \\ e^2 - e^{2(t-2)} & 2 \leq t < 3 \\ 0 & t \geq 3 \end{cases}$$

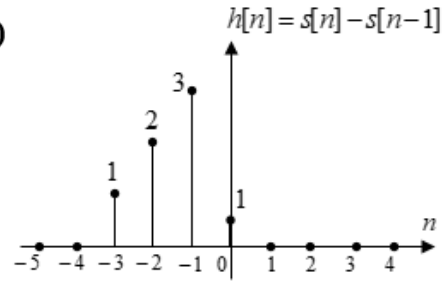
(Öğrenciden $y(t)$ 'yi çizmesi beklenmiyordu.)



4) a) $x[n] = 2u[n-1] - 2u[n-5] \rightarrow y[n] = 2s[n-1] - 2s[n-5]$

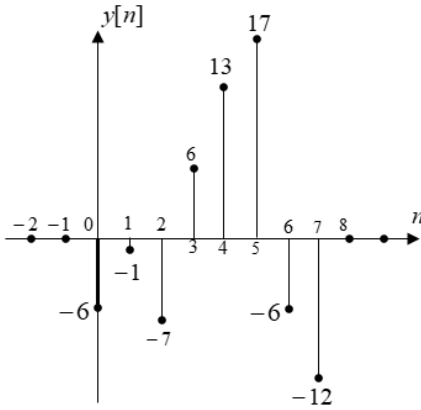


b)



c) Nedensel değildir; çünkü bazı $n < 0$ anlarında $h[n] \neq 0$.

5) $y[n] = x[n]*h[n]$



			-2	1	-3	2	4	
			×	3	2	0	-3	
			6	-3	9	-6	-12	
		0	0	0	0	0		
	+ -4	2	-6	4	8			
	-6	3	-9	6	12			
	-6	-1	-7	6	13	17	-6	-12
	$y[-1+1]$							$y[3+4]$
	$= y[0]$							$= y[7]$

6) $t > 0 \Rightarrow \ddot{h}(t) + 6\dot{h}(t) + 9h(t) = 0$ denklemini $h(0) = 0$, $\dot{h}(0) = 4/1 = 4$ başlangıç şartıyla çözülür:

$$\lambda^2 + 6\lambda + 9 = 0 \rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = -3$$

$$h(t) = A_1 e^{-3t} + A_2 t e^{-3t} \rightarrow h(0) = A_1 = 0$$

$$\dot{h}(t) = -3A_1 e^{-3t} + A_2 e^{-3t} - 3A_2 t e^{-3t} \rightarrow \dot{h}(0) = A_2 - 3A_1 = 4 \rightarrow A_2 = 4$$

$$h(t) = 4te^{-3t}u(t) \quad \forall t$$