

Makine Mühendisliği Bölümü
SİSTEM MODELLEME VE OTOMATİK KONTROL ARASINAV SORULARI
10.11.2018 Süre: 70 dakika

Yazı, insanın okuması içindir. Okunaklı, yormayan ve anlaşılır ifadelerle yazmanız insana değer verdiğinizi gösterir.

1) Transfer fonksiyonu $T(s) = \frac{K(s-2)}{(s+4)(s^2+4s+13)}$ olan sistem için,

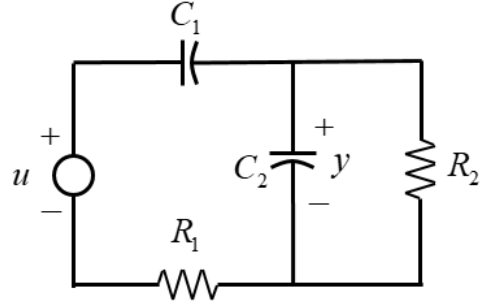
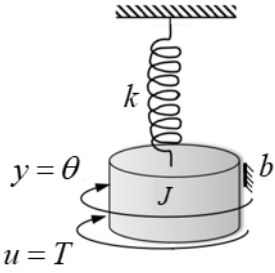
a) Kutup ve sıfırları karmaşık “s” düzleminde gösteriniz. (7 puan)

b) Giriş sinyalinin frekansı sıfıra doğru azaltıldıkça sistemin kazancı mutlak değerce 3’e yakınsıyor. $K > 0$ olduğuna göre K kaçtır? (5 puan)

c) Sistem kararlı mıdır? (5 puan)

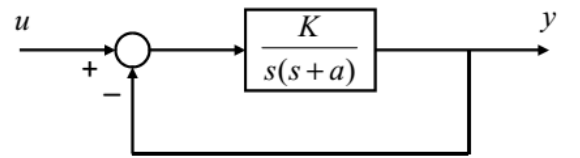
d) Sistemin giriş(u)-çıkış(y) ilişkisini gösteren diferansiyel denklemi yazınız. (8 puan)

2) Aşağıdaki iki sistemden istediğiniz birinin, $G(s) = Y(s)/U(s)$ transfer fonksiyonunu ve giriş(u)-çıkış(y) ilişkisini gösteren diferansiyel denklemi bulunuz. (25 puan)



3) Transfer fonksiyonu $H(s) = \frac{2s+4}{s+3}$ olan sistemin birim basamak tepkisi $y_b(t)$ 'yi yazınız ve çiziniz. Çizimde $y_b(0^+)$ ve $y_b(\infty)$ değerleri belli olsun. Giriş frekansı sonsuza doğru yükseltilirken sistem kazancı kaçta yakınsar? (25 puan)

4) Yandaki sistemin birim basamak tepkisinde maksimum aşma $M = \%8$ ve %2'lik durulma zamanı $t_d = 2$ saniye isteniyor. Buna göre K ve a ne olmalıdır? Bu durumda yükselme zamanı t_y , sönüm katsayısı ξ , tepe zamanı (t_p) ne olur? (25 puan)



$$M = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = e^{-\alpha\pi/\omega_d}$$

$$t_d(\%2) \approx \frac{4}{\alpha}$$

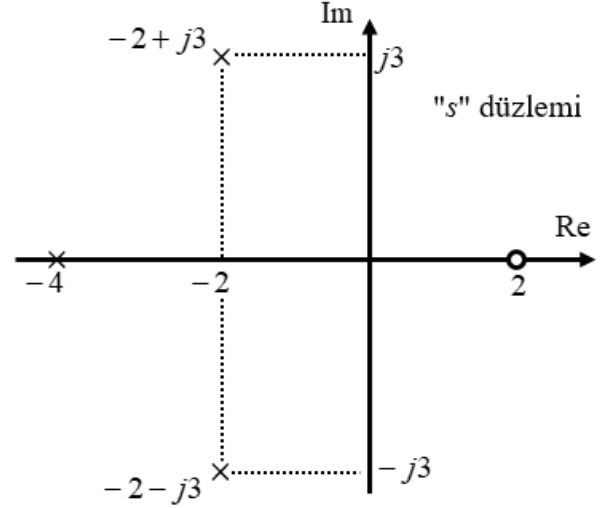
$$t_y = \frac{\pi - \phi}{\omega_d}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad \cos \phi = \frac{\alpha}{\omega_n} = \xi$$

BAŞARILAR ...

Makine Mühendisliği Bölümü
SİSTEM MODELLEME VE OTOMATİK KONTROL ARASINAV CEVAP ANAHTARI
10.11.2018

1) a) Payın tek kökü, yani bir tane sıfır vardır: $z = 2$.
 Paydanın ise 3 kökü, yani 3 kutbu vardır: $p_1 = -4$,
 $p_{2,3} = -2 \mp j3$. Yanda "s" düzleminde gösterilmiştir.



b) Giriş sinyalinin frekansı ω için mutlak değerce kazanç $s = j\omega$ transfer fonksiyonda yazılıp $|T(j\omega)|$ şeklinde bulunur.
 $\omega \rightarrow 0$ için $s \rightarrow 0$ olacağından sistemin kazancı

$$|T(0)| = \lim_{s \rightarrow 0} \left| \frac{K(s-2)}{(s+4)(s^2+4s+13)} \right| = \left| \frac{-2K}{52} \right| = 3$$

ve $K > 0$ olduğuna göre $K = 78$

c) Sistem kararlıdır, çünkü bütün kutuplar negatif reel kısımlıdır, yani sol yarı bölgededir. Sağ yarı bölgede sıfır olmasının kararlılığa zararı yoktur.

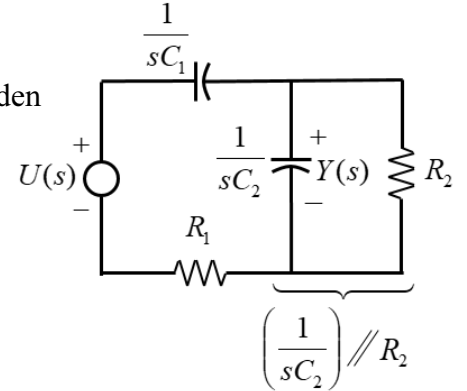
d) $T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ks - 2K}{s^3 + 8s^2 + 29s + 52} \rightarrow (s^3 + 8s^2 + 29s + 52)Y(s) = (Ks - 2K)U(s)$

s çarpanı zaman uzayında türeve karşılık gelir: $\ddot{y}(t) + 8\dot{y}(t) + 29y(t) + 52y(t) = K\dot{u}(t) - 2Ku(t)$

2) Mekanik sistemde: $J\ddot{\theta} = T - k\theta - b\dot{\theta} \rightarrow J\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u \rightarrow (Js^2 + bs + k)Y(s) = U(s) \rightarrow$
 $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Js^2 + bs + k}$

Elektrik devresinde ise paralel kolun gerilimi $Y(s)$ olup gerilim bölücünden $Y(s) = U(s) \cdot (\text{ortadaki paralel kolun empedansı}) / (\text{toplam empedans})$

Ortakdaki paralel kolun empedansı $= \frac{\frac{R_2}{sC_2}}{\frac{1}{sC_2} + R_2} = \frac{R_2}{1 + R_2C_2s}$ olduğundan,



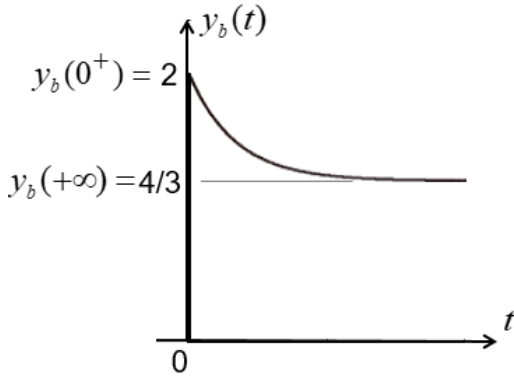
$$Y(s) = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2C_2s}}{\frac{1}{sC_1} + \frac{R_2}{1 + R_2C_2s} + R_1} U(s) \rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{R_2C_1s}{1 + R_2C_2s + R_2C_1s + R_1C_1s(1 + R_2C_2s)}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{R_2C_1s}{R_1R_2C_1C_2s^2 + (R_1C_1 + R_2C_1 + R_2C_2)s + 1} \rightarrow R_1R_2C_1C_2\ddot{y} + (R_1C_1 + R_2C_1 + R_2C_2)\dot{y} + y = R_2C_1\dot{u}$$

3) $y_b(0^+) = H(\infty) = 2$, $y_b(+\infty) = H(0) = 4/3$, kutup = -3

$$\rightarrow y_b(t) = y_b(+\infty) + [y_b(0^+) - y_b(+\infty)]e^{-3t} = \frac{4}{3} + \left(2 - \frac{4}{3}\right)e^{-3t}$$

$$y_b(t) = \frac{4 + 2e^{-3t}}{3}$$



Veya $Y_b(s) = \frac{2s+4}{s+3} \cdot \frac{1}{s} = \frac{4}{3} + \frac{2/3}{s+3}$ 'ün ters Laplace dönüşümüyle de $y_b(t)$ bulunabilirdi. Giriş frekansı sonsuza doğru yükseltirken sistem kazancı = $H(\infty) = 2$ olur.

4) Geribeslemeli sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{s^2+as}}{1+\frac{K}{s^2+as}} = \frac{K}{s^2+as+K} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\alpha s+\omega_n^2}$

Yani $\omega_n = \sqrt{K}$, $\alpha = a/2$. $t_d(\%2) \approx \frac{4}{\alpha} = 2s \rightarrow \alpha = 2s^{-1} \rightarrow a = 2 \times 2s^{-1}$ $a = 4s^{-1}$

$$\ln M = \ln(0.08) = -2,526 = -\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \rightarrow \left(\frac{2,526}{\pi}\right)^2 = 0,646 = \frac{\xi^2}{1-\xi^2}$$

$$0,646 = 1,646\xi^2 \rightarrow \xi = 0,627 = \alpha/\omega_n \rightarrow \omega_n = \alpha/\xi = 2s^{-1}/0,627 = 3,19 \text{ rad/s} \rightarrow K = \omega_n^2$$

$K = 10,2 \text{ rad}^2/\text{s}^2$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = 3,19 \sqrt{1-0,627^2} \text{ rad/s} = 2,49 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \cos \phi = 0,627 \rightarrow \phi = 51,2^\circ = 0,894 \text{ rad}$$

$$t_y = \frac{\pi-0,894}{2,49} \text{ s} = 0,90 \text{ s} \quad t_p = \frac{\pi}{2,49} \text{ s} = 1,26 \text{ s}$$

(Burada eğik yazılan “s” Laplace değişkeni, düz yazılan “s” saniye anlamında kullanıldı.)