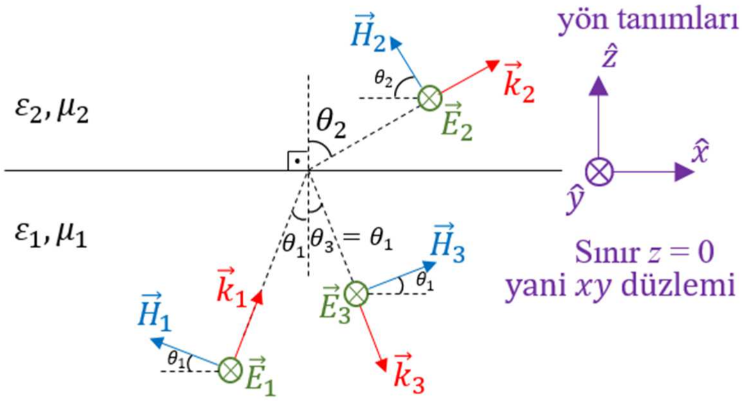
Düzlem Dalgalarda Yansıma ve Kırılma

Düzlemsel dalga farklı ε veya μ değerine sahip bir bölgeyle karşılaşınca bir kısmı yansıyan, bir kısmı da yeni bölgede devam eden iki dalgaya ayrışır. Sınır bölgenin iki tarafında da $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ vektörlerinin sınır yüzeye teğet bileşenleri ile $\vec{D}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin normal bileşenleri korunumludur. Gelen dalgayı 1, kırılan dalgayı 2, yansıyan dalgayı 3 indisiyle göstererek bileşenlerini yazarsak, sınır şartları gereği iki tarafta da U bazı bileşen türünün belirli bir yöndeki bileşeni olmak üzere

$$U_1 e^{-j\vec{k}_1\cdot\vec{r}} e^{j\omega t} + U_3 e^{-j\vec{k}_3\cdot\vec{r}} e^{j\omega t} = U_2 e^{-j\vec{k}_2\cdot\vec{r}} e^{j\omega t}$$

tarzında eşitlikler, sınır yüzeyinin her noktasında sağlanmalıdır. Sınır yüzeyini $z = 0$ yani xy düzlemi varsayarsak, $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} = x\hat{x} + y\hat{y}$ olur ve bu tür eşitliklerin $z = 0$'da her x ve her y için geçerli olması ancak $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$ ve $\vec{k}_3$ vektörlerinin x ve y bileşenlerinin eşit olmasıyla mümkündür. Yani bu üç vektör aynı düzlemdedir ve sınır yüzeye paralel bileşenleri eşittir:



$$k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2 = k_3 \sin\theta_3$$

Burada θ_1, θ_2 ve θ_3, sırasıyla $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$ ve $\vec{k}_3$ vektörlerinin, yüzey normali ile yaptıkları açılardır. Düzlem dalga hızı

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{\omega}{k} \quad \rightarrow \quad k = \omega/v = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

ve hepsinde ω eşit olduğundan,

$$k_3 = k_1 \quad \text{ve dolayısıyla } \boxed{\theta_3 = \theta_1} \text{ yani } \textit{yansıma açısı geliş açısına eşittir.}$$

Çünkü gelen ve yansıyan dalgalar aynı ortamdadır (ε_1, μ_1). Yukarıdaki şekilde bu yüzden θ_3 yerine de θ_1 yazılmıştır. k_1 ve k_2 yerine dalga hızı cinsinden karşılığını yazıp ω'ları sadeleştirirsek

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}} \quad \text{Snell yasası}$$

bulunur. Burada

$$n = \frac{c}{v} = \text{ortamın kırılma indisi}$$

diye tanımlanır. Asla 1'den küçük olamaz. ε ve μ cinsinden Snell yasası:

$$\boxed{\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}\sin\theta_1 = \sqrt{\mu_2\varepsilon_2}\sin\theta_2}$$

Tam yansıma:

Snell yasasına göre çok yoğun ortamdan az yoğun ortama geçişte ($v_2 > v_1$) geliş açısına göre

$$\sin\theta_2 = \frac{v_2}{v_1}\sin\theta_1 = \frac{\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_1 > 1$$

olursa θ_2 için reel bir değer yoktur. Bunun anlamı, kırılan dalgada üstel fonksiyonun sanal kuvvetinin yerini karmaşık katsayılı terim alması olup bu da sönümlü bir dalga demektir. Yani kırılan dalga kısa bir mesafede sönümleneceğinden, sadece yansıyan dalga normal devam eden bir dalga olur. Buna *tam yansıma* denir. Tam yansımaya sebep olan geliş sınır açısı

$$\theta_{\text{tam}}^{\text{sınır}} = \sin^{-1}\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\sqrt{\frac{\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1\varepsilon_1}}$$

olur. Cam ile boşluk arasında ($n_{\text{cam}} \approx 1{,}50$) bu açı $\sin^{-1}\left(\frac{1}{1{,}50}\right) \approx 42°$ ’dir. Su ile boşluk arasında ($n_{\text{su}} \approx 1{,}33$) ise yaklaşık $49°$ ’dir. Sınır açısından büyük açıyla gelen dalga tam yansır.

Aynı $\vec{k}$ vektörüyle gelen dalganın teğet $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ bileşenleri korunumlu olduğundan mesela $\vec{E}$ ’nin yüzeye hangi açıyla çarptığına göre değişen oranlarda yansıma ve kırılma olur. $\vec{k}$, $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ birbirlerine dik olduklarından, aynı $\vec{k}$ vektörüyle gelen bir dalgayı, birinde $\vec{E}$ sınır yüzeye teğet, diğerinde $\vec{H}$ sınır yüzeye teğet iki dalganın toplamı olarak düşünebiliriz. Bu yüzden bu iki dalga durumunu ayrı ayrı inceleyeceğiz.

$\vec{E}$ sınır yüzeye teğetse (s-polarizasyon):

Yukarıdaki şekilde gösterildiği gibidir. Sınır yüzeyde $e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}}e^{j\omega t}$ terimleri hep aynı olduğundan, sınır şartlarını sadece genlikler (indislerin yanına 0 ekleyerek gösterelim) cinsinden yazabiliriz. Teğet $\vec{E}$ korunumlu olduğundan

$$\boxed{E_{10} + E_{30} = E_{20}} \qquad (*)$$

Normal $\vec{B}$ bileşeninin de korunumlu olduğunu kullanmayı denersek, $\vec{H}$ cinsinden

$$\mu_1 H_{10}\sin\theta_1 + \mu_1 H_{30}\sin\theta_1 = \mu_2 H_{20}\sin\theta_2$$

Bu eşitlik, ortamın karakteristik admitansı $Y = \sqrt{\varepsilon/\mu}$ ve $H_0 = YE_0$ olduğu için

$$\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}E_{10}\sin\theta_1 + \sqrt{\mu_1\varepsilon_1}E_{30}\sin\theta_1 = \sqrt{\mu_2\varepsilon_2}E_{20}\sin\theta_2$$

haline gelir, ki Snell yasasına göre sadeleştirme yapıldığında (*) ile aynı denklem elde edilir. Yani bize yeni bir denklem vermez. Fakat teğet $\vec{H}$ ’ın korunumlu olmasından faydalanabiliriz:

$$-H_{10}\cos\theta_1 + H_{30}\cos\theta_1 = -H_{20}\cos\theta_2 \quad \rightarrow \quad -Y_1E_{10}\cos\theta_1 + Y_1E_{30}\cos\theta_1 = -Y_2E_{20}\cos\theta_2$$

$$\rightarrow \quad \boxed{E_{10} - E_{30} = \frac{Y_2\cos\theta_2}{Y_1\cos\theta_1}E_{20}} \qquad (**)$$

(*) denkleminden (**) denklemini taraf tarafa çıkartıp 2’ye bölerek:

$$E_{30} = \left(\frac{1}{2} - \frac{Y_2\cos\theta_2}{2Y_1\cos\theta_1}\right)E_{20}$$

Bunu da (*)’da kullanırsak:

$$E_{10} + \left(\frac{1}{2} - \frac{Y_2\cos\theta_2}{2Y_1\cos\theta_1}\right)E_{20} = E_{20}$$

$$\rightarrow \quad \left(-\frac{1}{2} - \frac{Y_2\cos\theta_2}{2Y_1\cos\theta_1}\right)E_{20} = -E_{10}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{E_{20} = \frac{2Y_1\cos\theta_1}{Y_1\cos\theta_1 + Y_2\cos\theta_2}E_{10}}$$

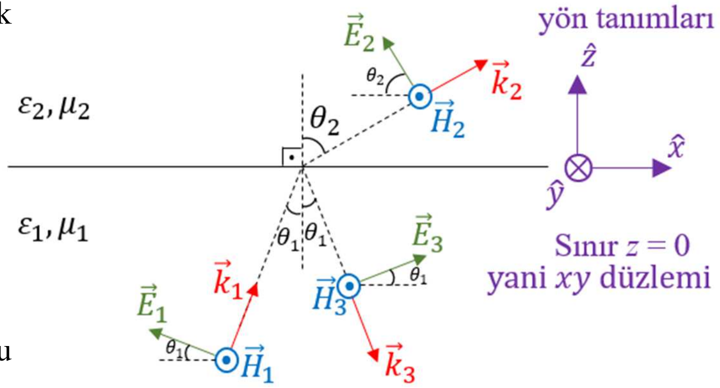
$$\text{bunu } (*)\text{'da kullanarak} \quad \rightarrow \quad \boxed{E_{30} = \frac{Y_1\cos\theta_1 - Y_2\cos\theta_2}{Y_1\cos\theta_1 + Y_2\cos\theta_2}E_{10}} \quad \text{bulunur.}$$

$\vec{H}$ sınır yüzeye teğetse (p-polarizasyon):

Teğet $\vec{H}$ korunumlu olduğundan ve ortamın karakteristik empedansı $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ ve $H_0 = E_0/Z$ olduğu için

$$H_{10} + H_{30} = H_{20} \quad \rightarrow \quad \frac{E_{10} + E_{30}}{Z_1} = \frac{E_{20}}{Z_2}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{E_{10} + E_{30} = \frac{Z_1}{Z_2} E_{20}} \quad (\Delta)$$



Normal $\vec{D}$ bileşeninin de korunumlu olduğunu kullanmak, az önceki denemedeki gibi bize bağımlı bir denklem vereceğinden faydasızdır. Fakat teğet $\vec{E}$ 'nin korunumlu olmasından faydalanabiliriz:

$$-E_{10}\cos\theta_1 + E_{30}\cos\theta_1 = -E_{20}\cos\theta_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{E_{10} - E_{30} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} E_{20}} \quad (\Delta\Delta)$$

(Δ) denkleminden ($\Delta\Delta$) denklemini taraf tarafa çıkartıp 2'ye bölerek:

$$E_{30} = \frac{1}{2}\left(\frac{Z_1}{Z_2} - \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\right) E_{20}$$

Bunu da (Δ)'da kullanırsak:

$$E_{10} + \frac{1}{2}\left(\frac{Z_1}{Z_2} - \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\right) E_{20} = \frac{Z_1}{Z_2} E_{20}$$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{2}\left(-\frac{Z_1}{Z_2} - \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\right) E_{20} = -E_{10} = -\frac{Z_1\cos\theta_1 + Z_2\cos\theta_2}{2Z_2\cos\theta_1} E_{20}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{E_{20} = \frac{2Z_2\cos\theta_1}{Z_1\cos\theta_1 + Z_2\cos\theta_2} E_{10}}$$

$$\text{bunu } (\Delta)\text{'da kullanarak} \quad \rightarrow \quad \boxed{E_{30} = \frac{Z_1\cos\theta_1 - Z_2\cos\theta_2}{Z_1\cos\theta_1 + Z_2\cos\theta_2} E_{10}} \quad \text{bulunur.}$$

Polarizasyon:

Düzlem dalgalarda her ne kadar $\vec{k}$, $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ vektörleri birbirlerine dik iseler de, $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ vektörleri ilerlerken dönüyor olabilir. Bu aslında *polarize olmamış* dalgadır, fakat *eliptik polarizeli* dalga da denir. Böyle bir dalga, ilerleme yönüne dik düzlemde, birbirine dik yönlerde *çizgisel polarizeli* iki dalganın bileşimi olarak düşünülebilir,

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/41/Rising_circular.gif/300px-Rising_circular.gif

hareketli görselinde gösterildiği gibi. Çizgisel polarizeli dalgada ise $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ vektörleri dönmeksizin sadece birer doğrultuda salınım yaparlar. Geliş yüzeyine göre s-polarizeli ve p-polarizeli dalgalar için ayrı ayrı çıkartılan yansıyan dalga genliklerine bakılırsa, ortam μ ve ε değerlerine bağlı özel bir açıda, yansıyan dalga genliklerinin sıfır olabileceği görülür. Bu, dalga az yoğun ortamdan çok yoğun ortama geçerken ($v_2 < v_1$) olur ve bütün dalga kırılarak ikinci ortama geçer. p-polarizeli dalganın havadan cama geçişinde bu açı yaklaşık 56°'dir. Bu açıdan bakıldığında yansıyan dalgalar, sadece diğer yönde polarizeli dalgalardır. Bu yöne göre polarizasyon filtresi de uygulanırsa, yansıyan dalgaların tamamı süzülmüş olur. Böylece mesela bir pencereden yansıyan ışıkların etkisi süzülmüş olarak odanın iç kısmından gelen ışıklarla oda görüntülenebilir.