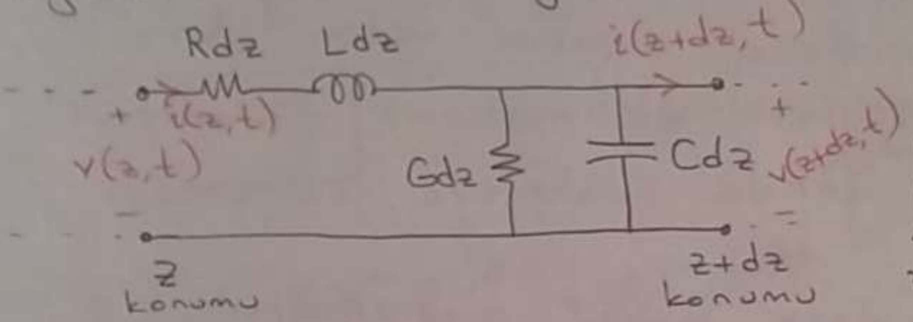
PARALEL İLETİM HATLARI

Çift iletkenli iletim hatlarında yüksek frekanslarda her sonsuz küçük hat çifti kısmı, seri direnç ve endüktans, paralel iletkenlik ve kapasitans özellik gösterir.
Dağıtık devre analiziyle denklemler şöyle elde edilir.



R, L, G, C, sonsuz küçük uzunluklar için birim uzunluk başına direnç, endüktans, iletkenlik ve kapasitans

Çevre denklemi:

$$v(z,t) - Ri(z,t)dz - L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}dz - v(z+dz,t) = 0$$

Düğüm denklemi:

$$i(z,t) = Gv(z+dz,t)dz + C\frac{\partial v(z+dz,t)}{\partial t}dz + i(z+dz,t)$$

Zaman bağımlılıklarına $e^{j\omega t}$ dersek $\partial/\partial t \rightarrow j\omega$ çarpanı

Zaman bağımlılığı hariç fonksiyonlara $V_z(z)$ ve $I_z(z)$ dersek

$$\frac{dV_z(z)}{dz} = -RI_z(z) - j\omega L I_z(z) \rightarrow I(z) = \frac{-1}{R+j\omega L}\frac{dV_z(z)}{dz}$$

$$\frac{dI_z(z)}{dz} = -GV_z(z) - j\omega C V_z(z) = -\frac{1}{R+j\omega L}\frac{d^2V_z(z)}{dz^2} = -(G+j\omega C)V_z(z)$$

$$\frac{d^2V_z(z)}{dz^2} = \underbrace{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}_{\gamma^2 \text{ dersek}}V_z(z) \rightarrow D^2-\gamma^2=0 \quad \text{karakteristik denklem}$$

$$D = \mp\gamma \quad \text{karakteristik kökler}$$

$$V_z(z) = \underbrace{V^+e^{-\gamma z}}_{+z \text{ yönünde}} + \underbrace{V^-e^{\gamma z}}_{-z \text{ yönünde}}$$ ilerleyen dalgadır.

Benzer şekilde

$$I_z(z) = \underbrace{I^+e^{-\gamma z}}_{+z \text{ yönünde}} - \underbrace{I^-e^{\gamma z}}_{-z \text{ yönünde}}$$ ilerler.

I^+ ve I^- bulunacak ve neden $-I^-$ dediğimiz görülecek

$$\gamma = \alpha \mp j\beta$$

Kayıpsız İletim Hatları:

$R = 0$ ve $G = 0$'dır. $\gamma^2 = (j\omega L)(j\omega C) = -\omega^2 LC$

$\beta = \omega\sqrt{LC}$ olur.

$V_z(z) = V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z}$ $\qquad$ β : dalga yayılma sabiti

$I_z(z) = I^+ e^{-j\beta z} - I^- e^{j\beta z}$ $\qquad$ $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ → dalga boyu

$\boxed{\lambda = \frac{v_p}{f}}$ $\qquad$ v_p : dalganın faz hızı $\qquad v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

f : " frekansı

$$\frac{dV_z(z)}{dz} = -j\beta V^+ e^{-j\beta z} + j\beta V^- e^{j\beta z} = -j\omega L\, I(z)$$

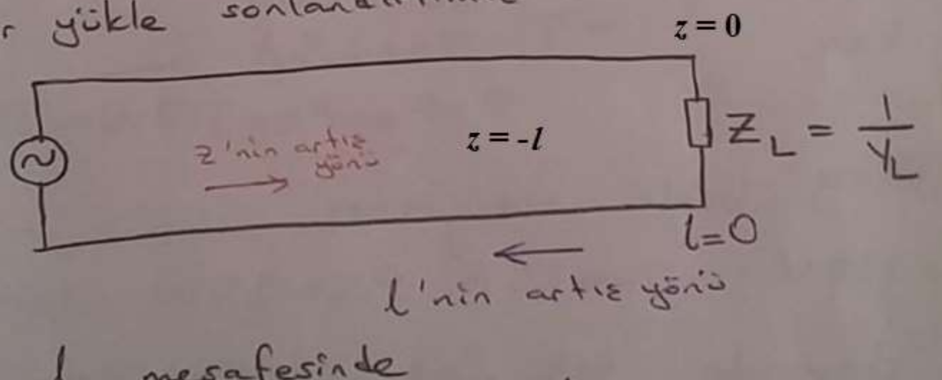
$$I_z(z) = \frac{\beta}{\omega L} V^+ e^{-j\beta z} - \frac{\beta}{\omega L} V^- e^{j\beta z}$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \rightarrow \frac{\beta}{\omega L} = \frac{\omega\sqrt{LC}}{\omega L} = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$\boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}}$ Hattın karakteristik empedansı olarak tanımlanır. Böylece

$\boxed{I^+ = \frac{V^+}{Z_0}}$ $\quad$ $\boxed{I^- = \frac{V^-}{Z_0}}$ olur. $\qquad Y_0 = \frac{1}{Z_0}$ = hattın karakteristik admitansı

Hat bir yükle sonlandırılmış olsun:



Yükten l mesafesinde

$$V(l) = V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = I^+ e^{j\beta l} - I^- e^{-j\beta l}$$

$l = 0$'da sınır şartı. $\quad Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V^+ + V^-}{(V^+ - V^-)/Z_0}$

$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0}$ ve $\bar{Y}_L = \frac{Y_L}{Y_0}$ → normalize edilmiş yük empedans ve admitansı

Yükün gerilim yansıma katsayısı $\boxed{\Gamma_L = V^-/V^+}$,

yükün akım yansıma katsayısı $\Gamma_L^I = (-I^-)/I^+$ diye tanımlanır ve $\Gamma_L^I = \frac{(-V^-)/Z_0}{V^+/Z_0} = \boxed{\Gamma_L^I = -\Gamma_L}$ olur.

$$\overline{Z}_L = \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-} = \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-} = \frac{1 + \dfrac{V^-}{V^+}}{1 - \dfrac{V^-}{V^+}} = \boxed{\overline{Z}_L = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}}$$

$$\rightarrow \quad \overline{Z}_L - \overline{Z}_L\Gamma_L = 1 + \Gamma_L \quad \rightarrow \quad \overline{Z}_L - 1 = \Gamma_L + \overline{Z}_L\Gamma_L \quad \rightarrow \quad \boxed{\Gamma_L = \frac{\overline{Z}_L - 1}{\overline{Z}_L + 1}}$$

Hattın herhangi bir $z = -l$ konumundaki gerilim yansıma katsayısı

$$\frac{V^- e^{-j\beta l}}{V^+ e^{j\beta l}} = \boxed{\Gamma(l) = \Gamma_L e^{-j2\beta l}}$$

Hattın herhangi bir $z = -l$ konumundaki giriş (*input*) empedansı

$$Z_{in}(l) = \frac{V(l)}{I(l)} = \frac{V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l}}{I^+ e^{j\beta l} - I^- e^{-j\beta l}} = \frac{V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l}}{(V^+ e^{j\beta l} - V^- e^{-j\beta l})/Z_0}$$

Normalize edilmiş giriş empedansı

$$\overline{Z}_{in}(l) = \frac{Z_{in}(l)}{Z_0} = \frac{1 + \dfrac{V^- e^{-j\beta l}}{V^+ e^{j\beta l}}}{1 - \dfrac{V^- e^{-j\beta l}}{V^+ e^{j\beta l}}} = \boxed{\overline{Z}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)}}$$

$$\rightarrow \quad \overline{Z}_{in}(l) - \overline{Z}_{in}(l)\Gamma(l) = 1 + \Gamma(l) \quad \rightarrow \quad \overline{Z}_{in}(l) - 1 = \Gamma(l) + \overline{Z}_{in}(l)\Gamma(l) \quad \rightarrow \quad \boxed{\Gamma(l) = \frac{\overline{Z}_{in}(l) - 1}{\overline{Z}_{in}(l) + 1}}$$

$$\overline{Z}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma_L e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma_L e^{-j2\beta l}} = \frac{1 + \dfrac{\overline{Z}_L - 1}{\overline{Z}_L + 1} e^{-j2\beta l}}{1 - \dfrac{\overline{Z}_L - 1}{\overline{Z}_L + 1} e^{-j2\beta l}} = \frac{\overline{Z}_L + 1 + (\overline{Z}_L - 1)e^{-j2\beta l}}{\overline{Z}_L + 1 - (\overline{Z}_L - 1)e^{-j2\beta l}} = \frac{\overline{Z}_L\left(1 + e^{-j2\beta l}\right) + \left(1 - e^{-j2\beta l}\right)}{(1 + e^{-j2\beta l}) + \overline{Z}_L(1 - e^{-j2\beta l})}$$

Ayrıca $\quad j \tan \beta l = j \dfrac{\sin \beta l}{\cos \beta l} = j \dfrac{\left(e^{j\beta l} - e^{-j\beta l}\right)/(j2)}{(e^{j\beta l} + e^{-j\beta l})/2} = \dfrac{1 - e^{-j2\beta l}}{1 + e^{-j2\beta l}}$ $\quad$ olduğu için

$$\boxed{\overline{Z}_{in}(l) = \frac{\overline{Z}_L + j \tan \beta l}{1 + j\overline{Z}_L \tan \beta l}}$$

Benzer işlemler, hattın herhangi bir $z = -l$ konumundaki giriş (*input*) admitansı $Y_{in}(l) = 1/Z_{in}(l)$ veya bunun normalize edilmişi $\overline{Y}_{in}(l) = Y_{in}(l)/Y_0$ ve hattın herhangi bir $z = -l$ konumundaki akım yansıma katsayısı

$$\frac{-I^- e^{-j\beta l}}{I^+ e^{j\beta l}} = \Gamma_I(l) = -\Gamma(l)$$

ile yapılırsa

$$\boxed{\overline{Y}_{in}(l) = \frac{\overline{Y}_L + j \tan \beta l}{1 + j\overline{Y}_L \tan \beta l}}$$

bulunur.

Şimdi hat üzerindeki gerilim ve akım dalgalarının mahiyetini anlamaya çalışalım. Gerilim dalgasının sınırlarını bulmak için mutlak değerini inceleyelim:

$$|V(l)| = \left|V^+e^{j\beta l} + V^-e^{-j\beta l}\right| = \left|V^+e^{j\beta l}\right| \left|1 + \frac{V^-}{V^+}e^{-j2\beta l}\right|$$

$e^{j\beta l}$ 'nin mutlak değeri 1'dir. Yükün gerilim yansıma katsayısı bir karmaşık sayıdır. Bunun mutlak değerine ρ , açısına θ dersek

$$\Gamma_L = \frac{V^-}{V^+} = \rho e^{j\theta} \quad \rightarrow \quad |V(l)| = |V^+|\left|1 + \rho e^{j(\theta - 2\beta l)}\right|$$

Her $\theta - 2\beta l = 2m\pi$ olduğunda (m tamsayı) $\quad |V(l)| = |V^+||1+\rho|\quad$ en büyük değerini alır.

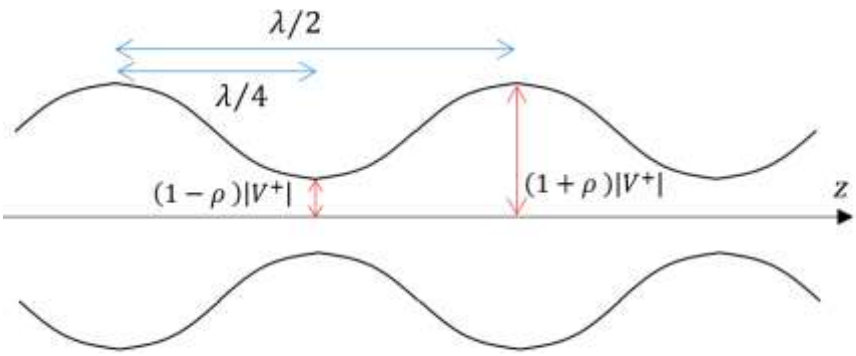
Her $\theta - 2\beta l = (2m+1)\pi$ olduğunda $\quad |V(l)| = |V^+||1-\rho|\quad$ en küçük değerini alır.

Ayrıca hat boyunca ardışık iki en büyük (ya da iki en küçük) mutlak değer arasında $l = \pi/\beta = \lambda/2$ kadar mesafe vardır. Salınım genliğinin en büyük değerinin en küçük değerine oranı *duran dalga oranı (swr)* adıyla tanımlanır:

$$\boxed{s = \frac{1+\rho}{1-\rho}}$$

Aynı oran akım dalgası için de geçerlidir; sadece en büyük ve en küçük genlik noktaları arasında kayma vardır.

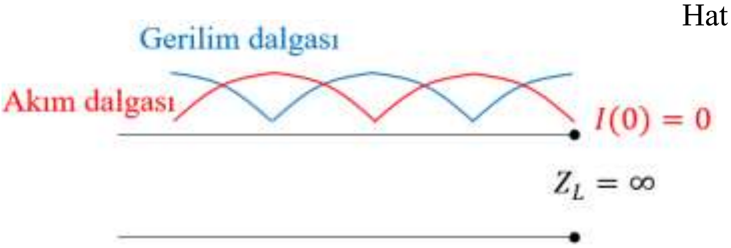
Yani gerilim ve akım dalgalarının görünümü şöyledir:



Aslında $e^{j\omega t}$ çarpanı da olduğu için bunlar sınırların görünümüdür. Gerçekte herhangi bir anda bu sınırlar arasında bir dalga bulunmaktadır. Her z ya da l noktasındaki gerilim ya da akım değeri o noktadaki alt ve üst sınırlar arasında ω açısal frekansıyla salınmaktadır. Duran dalga denilen şeyin aslı budur.

Özel yükler için hat empedansı

Açık devre yük ($\overline{Z}_L = \infty$ veya $\overline{Y}_L = 0$)

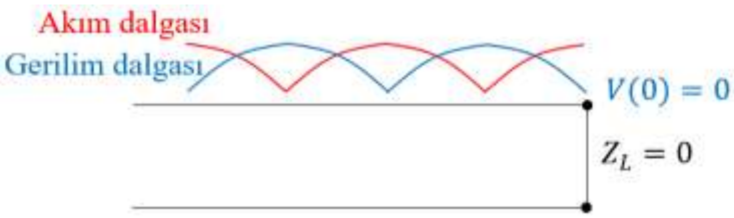


Hat boyunca giriş empedans ve admitansı şöyle olur:

$$\lim_{\overline{Z}_L \to \infty} \frac{\overline{Z}_L + j\tan\beta l}{1 + j\overline{Z}_L \tan\beta l} = \overline{Z}_{in}(l) = -j\cot\beta l$$

$$\text{veya} \quad \overline{Y}_{in}(l) = j\tan\beta l$$

Kısa devre yük ($\overline{Z}_L = 0$ veya $\overline{Y}_L = \infty$)



Hat boyunca giriş empedans ve admitansı şöyle olur:

$$\lim_{\overline{Z}_L \to 0} \frac{\overline{Z}_L + j\tan\beta l}{1 + j\overline{Z}_L \tan\beta l} = \overline{Z}_{in}(l) = j\tan\beta l$$

$$\text{veya} \quad \overline{Y}_{in}(l) = -j\cot\beta l$$

Saf endüktif veya kapasitif eleman elde etmek için

Sonu açık devre veya kısa devre paralel iletkenli kayıpsız hat parçası, istenen sanal empedans veya admitansı verecek *l* uzunluğunda alınarak seri ya da paralel bağlı olarak istenen yere eklenir.

Kayıpsız Hatlarda Akan Güç

Hattın yükten herhangi bir *l* mesafesinden yüke doğru aktarılan güç:

$$P(l)=\frac{1}{2}\mathcal{R}e\{V(l)I^*(l)\}=\frac{1}{2}\mathcal{R}e\{\left(V^+e^{j\beta l}+V^-e^{-j\beta l}\right)\left(I^+e^{j\beta l}-I^-e^{-j\beta l}\right)^*\}$$

$$=\frac{1}{2Z_0}\mathcal{R}e\{\left(V^+e^{j\beta l}+V^-e^{-j\beta l}\right)\left((V^+)^*e^{-j\beta l}-(V^-)^*e^{j\beta l}\right)\}$$

$$=\frac{1}{2Z_0}\mathcal{R}e\left\{(V^+)^2-(V^-)^2\underbrace{-V^+(V^-)^*e^{j2\beta l}+V^-(V^+)^*e^{-j2\beta l}}_{\text{bir sayının eşleniğiyle farkı sanal}}\right\}$$

$$P(l)=\frac{(V^+)^2-(V^-)^2}{2Z_0}=(\text{Giden dalganın gücü})-(\text{Yansıyan dalganın gücü})$$

Hattın her yerinde aynıdır; çünkü hat kayıpsızdır.

Smith Abağı

$\overline{Z}_{in}(l)$ ve $\overline{Y}_{in}(l)$ formülleri aynı biçimli bulunmuştur. Bunlardan herhangi biriyle, mesela normalize <u>empedansla</u> ve <u>gerilim</u> yansıma katsayısıyla çalışalım.

$$\overline{Z}_{in}(l)=\overline{R}+j\overline{X}=\frac{1+\Gamma(l)}{1-\Gamma(l)}\qquad ve\qquad \Gamma(l)=u+jv$$

dersek

$$\overline{R}+j\overline{X}=\frac{1+u+jv}{1-u-jv}\cdot\frac{(1-u)+jv}{(1-u)+jv}=\frac{(1+u)(1-u)+jv(1+u+1-u)-v^2}{(1-u)^2+v^2}$$

$$\overline{R}+j\overline{X}=\frac{(1+u)(1-u)-v^2}{(1-u)^2+v^2}+j\frac{2v}{(1-u)^2+v^2}$$

$\overline{R}$ ile $\overline{X}$ için *u*, *v* koordinatlarına göre birer denklem:

$$\frac{\overline{R}^2}{\left(\overline{R}+1\right)^2}-\frac{\overline{R}-1}{\overline{R}+1}=\boxed{\left(u-\frac{\overline{R}}{\overline{R}+1}\right)^2+v^2=\frac{1}{\left(\overline{R}+1\right)^2}}$$

$$\boxed{(u-1)^2+\left(v-\frac{1}{\overline{X}}\right)^2=\frac{1}{\overline{X}^2}}$$

u, *v* koordinatları yansıma katsayısının gerçel ve sanal koordinatları olduğunu hatırlarsak, sabit $\overline{R}$ ya da sabit $\overline{X}$ için çember denklemleri buluruz. Bunların çizilerek *Smith abağı* elde edilir.

Sabit $\overline{R}$ çember aileleri, $\overline{R}$ sıfırdan sonsuza değişirken merkezi orijinden sağa doğru (reel eksen üzerinde) kayan ve yarıçapı küçülen çemberlere karşılık gelir. $\overline{R}=0$ çemberi en dıştaki birim yarıçaplı çemberdir. $\overline{R}=\infty$ çemberi en sağdaki sıfır yarıçaplı çemberdir (nokta boyutuna küçülen).

Sabit $\overline{X}$ çember aileleri, $\overline{X}$ sıfırdan sonsuza değişirken merkezi reel 1, sanal kısmı sonsuzdan azalan koordinatta çemberlere karşılık gelir. Abakta bunların sadece $\overline{R}=0$ çemberi içindeki kısmı gösterilir. $\overline{X}=0$ çemberi reel eksendir. $\overline{X}=\infty$ çemberi, en sağdaki sıfır yarıçaplı yarısı gösterilen üst taraftaki çemberdir (nokta boyutuna küçülen). $\overline{X}$ sıfırdan eksi sonsuza değişirken ise merkezi reel 1, sanal kısmı eksi sonsuzdan artan koordinatta çemberlere karşılık gelir. Abakta bunların da sadece $\overline{R}=0$ çemberi içindeki kısmı gösterilir. $\overline{X}=0$ çemberi reel eksendir demiştik. $\overline{X}=-\infty$ çemberi, en sağdaki sıfır yarıçaplı yarısı gösterilen alt taraftaki çemberdir (nokta boyutuna küçülen).

Smith abağı normalize admitansla ve akım yansıma katsayısıyla da kullanılabilir.

$$\overline{Y}_{in}(l)=\overline{G}+j\overline{B}=\frac{1+\Gamma_I(l)}{1-\Gamma_I(l)}$$

Bu durumda abaktaki orijine göre yatay (u) ve düşey (v) koordinatlar $\Gamma_I(l)=u+jv$ anlamında olur. Tamamı gösterilen çemberler sabit normalize iletkenlik ($\overline{G}$) çemberleri, bir kısmı gösterilenler ise sabit normalize süseptans ($\overline{B}$) yaylarıdır.

Sabit $\overline{G}$ çember aileleri, $\overline{G}$ sıfırdan sonsuza değişirken merkezi orijinden sağa doğru (reel eksen üzerinde) kayan ve yarıçapı küçülen çemberlere karşılık gelir. $\overline{G}=0$ çemberi en dıştaki birim yarıçaplı çemberdir. $\overline{G}=\infty$ çemberi en sağdaki sıfır yarıçaplı çemberdir (nokta boyutuna küçülen).

Sabit $\overline{B}$ çember aileleri, $\overline{B}$ sıfırdan sonsuza değişirken merkezi reel 1, sanal kısmı sonsuzdan azalan koordinatta çemberlere karşılık gelir. Abakta bunların sadece $\overline{G}=0$ çemberi içindeki kısmı gösterilir. $\overline{B}=0$ çemberi reel eksendir. $\overline{B}=\infty$ çemberi, en sağdaki sıfır yarıçaplı yarısı gösterilen üst taraftaki çemberdir (nokta boyutuna küçülen). $\overline{B}$ sıfırdan eksi sonsuza değişirken ise merkezi reel 1, sanal kısmı eksi sonsuzdan artan koordinatta çemberlere karşılık gelir. Abakta bunların da sadece $\overline{G}=0$ çemberi içindeki kısmı gösterilir. $\overline{B}=0$ çemberi reel eksendir demiştik. $\overline{B}=-\infty$ çemberi, en sağdaki sıfır yarıçaplı yarısı gösterilen alt taraftaki çemberdir (nokta boyutuna küçülen).

<u>Empedans abağı kullanılırken</u>, $\Gamma_L=\rho e^{j\theta}$ ve $\Gamma(l)=\Gamma_L e^{-j2\beta l}=\rho e^{j(\theta-2\beta l)}=u+jv$ olduğundan, hat boyunca (l değişirken) gerilim yansıma katsayısının mutlak değeri ρ hiç değişmez. Yani $\Gamma(l)$ orijin merkezli ρ yarıçaplı bir çember üzerinde değişir. $2\beta l$ teriminden ve $\beta=2\pi/\lambda$ olmasından dolayı yarım dalga boyu yol, çemberin bir turuna karşılık gelir. Yük üzerindeki gerilim yansıma katsayısının açısı θ, orijinden normalize yük empedansının işaretlendiği noktaya ($\overline{R}_L+j\overline{X}_L$) giden doğrunun, en dış göstergede karşılık geldiği açıdır. Yükten kaynağa doğru en dış göstergedeki fark kadar gidilirken, bu çemberin göstergedeki hizasına karşılık gelen noktasının orijine göre koordinatları (kutupsal veya Kartezyen) $\Gamma(l)$ 'yi, o noktadaki $\overline{R}$ çemberi ve $\overline{X}$ yayı değerleri de $\overline{Z}_{in}(l)$ 'yi verir. O noktanın 180° ötesinden böyle alınan değerler ise sırasıyla akım yansıma katsayısı $\Gamma_I(l)=-\Gamma(l)$ ve $\overline{Y}_{in}(l)$ 'yi verir.

<u>Admitans abağı kullanılırken</u>, hat boyunca (l değişirken) akım yansıma katsayısının mutlak değeri ρ hiç değişmez. Yani $\Gamma_I(l)$ orijin merkezli ρ yarıçaplı bir çember üzerinde değişir. Yük üzerindeki akım yansıma katsayısının açısı, orijinden normalize yük admitansının ($\overline{G}_L+j\overline{B}_L$) işaretlendiği noktaya giden doğrunun, en dış göstergede karşılık geldiği açıdır. Yükten kaynağa doğru en dış göstergedeki fark kadar gidilirken, bu çemberin göstergedeki hizasına karşılık gelen noktasının orijine göre koordinatları (kutupsal veya Kartezyen) $\Gamma_I(l)$ 'yi, o noktadaki $\overline{G}$ çemberi ve $\overline{B}$ yayı değerleri de $\overline{Y}_{in}(l)$ 'yi verir. O noktanın 180° ötesinden böyle alınan değerler ise sırasıyla gerilim yansıma katsayısı $\Gamma(l)=-\Gamma_I(l)$ ve $\overline{Z}_{in}(l)$ 'yi verir.

Saf endüktif veya kapasitif eleman elde etmek için Smith abağı ile hesap

Sonu hem açık devre hem kısa devre olan hat parçası için $\rho=1$'dir. Yani uzunluk değişirken hattın empedans ve reaktansı abağın en dış çemberi üzerinde bir değerdir ki bu da saf reaktans, yani saf süseptans demektir. <u>Empedans abağında</u> *sonu açık devre* olan hattın sonlandırma empedansı $\overline{R}=\infty$ demektir; $\overline{X}$'ten bağımsız olarak en sağdaki noktaya karşılık gelir ve son (a.d.) konumu, en dış göstergede $0{,}25\lambda$ hizasıdır. Yükten kaynağa doğru gidilirken aradığımız reaktansın $\overline{X}$ yayının $\rho=1$ yarıçaplı çembere değdiği noktaya orijinden çekilen doğrunun en dış göstergedeki hizasından bulunan mesafe değerinden $0{,}25\lambda$ çıkartılınca bulunan uzunlukta, sonu açık devre hat parçası, diğer uçlarından bakıldığında aranan saf reaktanslı giriş empedansına sahiptir. Bu reaktansı, *sonu* *kısa devre* bir hat ile elde etmek isteseydik, hattın sonlandırma empedansı $\overline{R}+j\overline{X}=0+j0$ demektir. Bu en soldaki noktaya karşılık gelir ve son (k.d.) konumu, en dış göstergede $0{,}00\lambda$ hizasıdır. Yükten kaynağa doğru gidilirken aradığımız reaktansın $\overline{X}$ yayının $\rho=1$ yarıçaplı çembere değdiği noktaya orijinden çekilen doğrunun en dış göstergedeki hizasından bulunan mesafe değeri (veya $0{,}00\lambda$ çıkartılınca bulunan) uzunluğunda, sonu kısa devre hat parçası, diğer uçlarından bakıldığında aranan saf reaktanslı giriş empedansına sahiptir.

Admitans abağında *sonu kısa devre* olan hattın sonlandırma admitansı $\overline{G}=\infty$ demektir; $\overline{B}$'ten bağımsız olarak en sağdaki noktaya karşılık gelir ve son (k.d.) konumu, en dış göstergede $0{,}25\lambda$ hizasıdır. Yükten kaynağa doğru gidilirken aradığımız süseptansın $\overline{B}$ yayının $\rho=1$ yarıçaplı çembere değdiği noktaya orijinden çekilen doğrunun en dış göstergedeki hizasından bulunan mesafe değerinden $0{,}25\lambda$ çıkartılınca bulunan uzunlukta, sonu kısa devre hat parçası, diğer uçlarından bakıldığında aranan saf süseptanslı giriş admitansına sahiptir. Bu admitansı, *sonu açık devre* bir hat ile elde etmek isteseydik, hattın sonlandırma admitansı $\overline{G}+j\overline{B}=0+j0$ demektir. Bu en soldaki noktaya karşılık gelir ve son (a.d.) konumu, en dış göstergede $0{,}00\lambda$ hizasıdır. Yükten kaynağa doğru gidilirken aradığımız admitansın $\overline{B}$ yayının $\rho=1$ yarıçaplı çembere değdiği noktaya orijinden çekilen doğrunun en dış göstergedeki hizasından bulunan mesafe değeri (veya $0{,}00\lambda$ çıkartılınca bulunan) uzunluğunda, sonu açık devre hat parçası, diğer uçlarından bakıldığında aranan saf süseptanslı giriş admitansına sahiptir.

Tüm bu hesaplarda uzunluklara $0{,}5\lambda$ 'nın tam katları eklenirse yine aynı empedans, admitans ve yansıma katsayıları bulunur. Bu yüzden eksi veya istenmeyen uzunlukların bu şekilde uygun artı dengi kullanılabilir.

Empedans (Admitans) Uyumlandırma

Yükün gerilim yansıma katsayısı $\Gamma_L=\frac{\overline{Z}_L-1}{\overline{Z}_L+1}$ ve akım yansıma katsayısı da bunun negatifi olduğu için, $\overline{Z}_L=1$ yani $Z_L=Z_0$ yani $Y_L=Y_0$ olduğunda hem gerilim hem akım yansıma katsayıları sıfır olur. $\Gamma(l)=\Gamma_L e^{-j2\beta l}$ olduğu için de bundan sonra kaynağa doğru gidilirken yol boyunca yansıma katsayıları hep sıfır olur.

Yansıma katsayısının sıfır olması genellikle istenen bir şeydir. Çünkü ihtiyaç duyulandan fazla güç gönderip bir kısmını geri almak, tıpkı reaktif gücün istenmemesi gibi, aynı ortalama gücün daha fazla akımla taşınmasına sebep olur. Yüke aktarılabilecek maksimum gücü düşürür. Ayrıca haberleşme sistemlerinde bilgi kalitesini düşürür. Ancak çoğu kez yük zaten belirlidir. Bu yüzden Z_L'yi değiştirerek yansımayı sıfırlamak yerine, hattın yüke yakın bir yerine, ortalama güç harcamayan (kapasitif ya da endüktif) bir reaktans seri ya da paralel bağlanarak o noktadan itibaren eşdeğer empedansın (ya da admitansın) hat karakteristik empedansına (ya da karakteristik admitansına) eşit olması sağlanabilir. Böylece hattın bu konumu ile kaynak arasında yansıma sıfırlanmış olur. Yansıma sadece asıl yük ile sonradan reaktans bağlanan konum arasında olabilir, tıpkı güç sistemlerinde kompanzasyon reaktansları ile yükün reaktif kısmı arasında gidip gelen enerji gibi. Kompanzasyona benzeyen bu işleme *empedans* (*admitans*) *uyumlandırma* denir.

Empedans uyumlandırma, ilave bir reaktansın (süseptansın) yük konumundan sonra kaynağa doğru bir mesafesinde yapılabileceği gibi, hemen yük konumunda seri bir reaktans ve paralel bir süseptans ilavesiyle de yapılabilir. Buna sırasıyla *seri saplama* ya da *paralel saplama* denir.

Tek Seri Reaktans İle Empedans Uyumlandırma

$\overline{Z}_L$ yükü ne olursa olsun yükten kaynağa doğru yarım dalga boyu mesafe içinde iki konumda (l_1 ve l_2 diyelim) giriş empedansının reel kısmı 1 olacaktır. Hatta bu mesafeye yarım dalga boyunun katları eklendikçe aynı giriş empedans değerleri tekrar elde edilecektir. Bu noktalarda

$$\overline{Z}_{in}(l_1)=\frac{\overline{Z}_L+j\tan\beta l_1}{1+j\overline{Z}_L\tan\beta l_1}=1+j\overline{X}\quad \text{ve}\quad \overline{Z}_{in}(l_2)=1-j\overline{X}=\frac{\overline{Z}_L+j\tan\beta l_2}{1+j\overline{Z}_L\tan\beta l_2}$$

l_1 , l_2 ve $\overline{X}$ değerleri Smith abağında sabit ρ çemberinin, $\overline{R}=1$ çemberini kestiği noktalardan kolayca bulunabilir. Bu konumlarda zıt işaretli seri reaktans ilavesiyle sonraki konumlarda $\overline{Z}_{in}(l)=1$ olması sağlanır.

Tek Paralel Süseptans İle Admitans Uyumlandırma

$\overline{Y}_L$ yükü ne olursa olsun yükten kaynağa doğru yarım dalga boyu mesafe içinde iki konumda (l_1 ve l_2 diyelim) giriş admitansının reel kısmı 1 olacaktır. Hatta bu mesafeye yarım dalga boyunun katları eklendikçe aynı giriş empedans değerleri tekrar elde edilecektir. Bu noktalarda

$$\overline{Y}_{in}(l_1) = \frac{\overline{Y}_L + j\tan\beta l_1}{1 + j\overline{Y}_L \tan\beta l_1} = 1 + j\overline{B} \quad \text{ve} \quad \overline{Y}_{in}(l_2) = 1 - j\overline{B} = \frac{\overline{Y}_L + j\tan\beta l_2}{1 + j\overline{Y}_L \tan\beta l_2}$$

l_1 , l_2 ve $\overline{B}$ değerleri Smith abağında sabit ρ çemberinin, $\overline{G} = 1$ çemberini kestiği noktalardan kolayca bulunabilir. Bu konumlarda zıt işaretli paralel süseptans ilavesiyle sonraki konumlarda $\overline{Y}_{in}(l) = 1$ olması sağlanır.

Kayıplı İletim Hatları

$$V_z(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{\gamma z}$$
$$I_z(z) = I^+ e^{-\gamma z} - I^- e^{\gamma z}$$

$\gamma^2 = (R+j\omega L)(G+j\omega C)$ bulmuştuk.

Kayıp küçükse, ki genellikle küçüktür, $R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$ demektir.

$$\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$$

$$\gamma = \sqrt{j\omega L\left(\frac{R}{j\omega L}+1\right)\cdot j\omega C\left(\frac{G}{j\omega C}+1\right)}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC}\left(1-j\frac{R}{\omega L}\right)^{1/2}\cdot\left(1-j\frac{G}{\omega C}\right)^{1/2}$$

Formül: $|x| \ll 1 \Rightarrow (1+x)^n \approx 1+nx$

$n = 1/2 \Rightarrow \sqrt{1+x} \approx 1+\frac{x}{2}$ ($|x| \ll 1$ için)

$\frac{R}{\omega L} \ll 1$ ve $\frac{G}{\omega C} \ll 1$ olduğu için

$$\gamma \approx j\omega\sqrt{LC}\left(1-j\frac{R}{2\omega L}\right)\left(1-j\frac{G}{2\omega C}\right)$$

Formül: $|x| \ll 1$ ve $|y| \ll 1$ ise

$(1+x)(1+y) \approx 1+x+y$ yani xy çok daha küçük olup ihmal ediliyor.

$$\gamma \approx j\omega\sqrt{LC} + \frac{1}{2}\sqrt{LC}\left(\frac{R}{L}+\frac{G}{C}\right)$$

$\gamma = \alpha + j\beta$

$$\boxed{\beta = \omega\sqrt{LC}} \qquad \boxed{\alpha = \frac{1}{2}\left(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}}\right)}$$

$$I_z(z) = \frac{-1}{R+j\omega L}\cdot\frac{dV_z(z)}{dz} = \underbrace{\frac{\gamma V^+}{R+j\omega L}}_{I^+} e^{-\gamma z} - \underbrace{\frac{\gamma V^-}{R+j\omega L}}_{I^-} e^{\gamma z}$$

$$\frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-} = Z_0 = \frac{R+j\omega L}{\gamma} = \frac{R+j\omega L}{\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}}$$

Hattın karakteristik empedansı

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \rightarrow \text{karmaşık sayıdır.}$$

$z=-l$ (yük üzerinde $z=l=0$) alırsak:

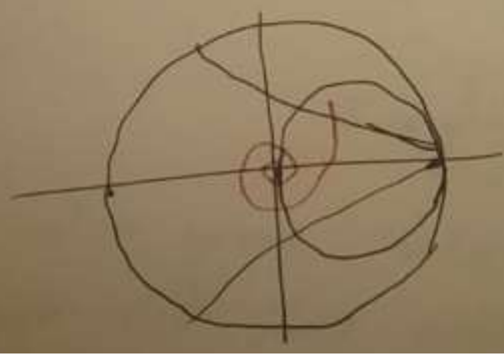
Gerilim yansıma katsayısı (hattın yükten kaynağa doğru l mesafesinde):

$$\Gamma(l) = \frac{V^- e^{-\gamma l}}{V^+ e^{+\gamma l}} = \underbrace{\frac{V^-}{V^+}}_{\Gamma_L = \rho e^{j\theta}} e^{-2\gamma l} = \rho e^{j\theta}\cdot e^{-2(\alpha+j\beta)l}$$

$$\Gamma(l) = \underbrace{\rho e^{-2\alpha l}}_{|\Gamma(l)|}\cdot e^{j(\theta-2\beta l)}$$

$|\Gamma(l)|$ hat boyunca sönümleniyor.

$$S = \frac{1+\rho e^{-2\alpha l}}{1-\rho e^{-2\alpha l}}$$



Burada yükten kaynağa gidilirken yansıma katsayısının sıfırlanması, yük uyumlanması gibi görünse de aslında yansıyan dalganın kaynağa ulaşana kadar yolda sönümlenmesinden dolayıdır. Bunu uyumlandırma gibi düşünmemeliyiz.