MİKRODALGA TEORİSİ ÖRNEK FİNAL SORULARI

1.1) Kayıpsız iletim hattının hem karakteristik empedansı Z_0 = gerilim/akım, hem de yükten kaynağa doğru herhangi bir mesafedeki giriş empedansı Z_{in} = gerilim/akım olduğuna göre aradaki anlam farkını belirtiniz. **(10 puan)**

Cevap: Karakteristik empedans $Z_0 =$ giden gerilimin giden akıma oranı = yansıyan gerilimin yansıyan akımın zıt işaretlisine oranıdır. Ortamın ve geometrinin özelliği olup kayıpsız hatlarda hattın uzunluğundan bağımsızdır. Halbuki giriş empedansı $Z_{in} =$ giden ve yansıyan gerilimlerin toplamının, giden ve yansıyan akımların toplamına oranıdır ve konuma göre değişir.

1.2) Yüksek frekanslarda Ohm kanununun, alçak frekanslardaki gibi uygulanamayacağına dair bir örnek olarak, hattın direnci olsa bile potansiyel farkı her an sıfır volt olan iki nokta arasında akım geçebildiği bir durum söyleyiniz **(5 puan)**. Yüksek frekanslarda Ohm kanunu nasıl uygulanır **(5 puan)**?

Cevap: Tek frekanslı çalışmada bir dalga boyu farkla iki nokta arasındaki potansiyel farkı daima sıfırdır. Halbuki bu hat ve dolayısıyla o noktalar üzerinden bir akım sürekli salınım yaparak geçmektedir. Yüksek frekanslarda Ohm kanunu, kapasitans ve endüktansın akım-gerilim ilişkileriyle birlikte, hattın sonsuz küçük parçaları üzerine uygulanarak diferansiyel denklemler elde edilir. Bu analize dağınık devre analizi denir.

2.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 60\Omega - j40\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu kısa devre edilmiş seri saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Z}_L = (60 - j40)/75 = 0{,}8 - j0{,}533$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 8. slayttaki gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0{,}3806\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş empedansı $1 + j0{,}637$ olup yeri $0{,}1495\lambda$ hizası, yani $0{,}1495\lambda - 0{,}3806\lambda = -0{,}2311\lambda \equiv 0{,}2689\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $-j0{,}637$ değerinde seri reaktans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için empedans abağında $-j0{,}637$ yayının en dış nokta hizası $0{,}4098\lambda$ hizasıdır. Kısa devre saplama istendiği için empedans abağındaki sol tarafın hizası $0{,}00\lambda$ bundan çıkartılır, saplama boyu $0{,}4098\lambda$.

(Diğer çözümde kesişme $1 - j0{,}637$ empedansında, yeri $0{,}3505\lambda - 0{,}3806\lambda = -0{,}0302\lambda \equiv 0{,}4698\lambda = l$. $j0{,}637$ değerinde seri reaktans, kısa devre saplama boyu $0{,}0903\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde, empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra

$$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \frac{0{,}8 - j0{,}533 - 1}{0{,}8 - j0{,}533 + 1} = 0{,}3034\angle(-94{,}1°) \qquad \rightarrow \ \rho = 0{,}3034$$

$\theta_1 = \cos^{-1}\rho = \cos^{-1}(0{,}3034) = 72{,}3°$ → üstte kesişen noktanın açısı

$\theta_2 = -\cos^{-1}\rho = -\cos^{-1}(0{,}3034) = -72{,}3°$ → altta kesişen noktanın açısı

$\frac{180° - (-94{,}1°)}{720°}\lambda = 0{,}3806\lambda \rightarrow l = 0$ hizasıdır. Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela $\theta_1 = 72{,}3°$ ile

seri saplama yeri $l = \frac{(-94{,}1°) - (72{,}3°)}{720°}\lambda = -0{,}2311\lambda \equiv 0{,}2689\lambda$ bulunur.

$\Gamma(l) = \rho\angle\theta_1 = 0{,}3034\angle 72{,}3°$

$\bar{Z}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} = \frac{1 + (0{,}3034\angle 72{,}3°)}{1 - (0{,}3034\angle 72{,}3°)} = 1 + j0{,}6368$ kesişme noktasındaki empedans. Yani seri saplanacak reaktans değeri $= -j0{,}6368$

Saplama boyu, sonu k.d. reaktans olduğu için, $\frac{\tan^{-1}(-0{,}6368)}{360°}\lambda = -0{,}0902\lambda$, fakat eksi olamayacağı için 0,5λ ilavesiyle $0{,}4098\lambda$ bulunur.

2.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 60\Omega + j25\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu açık devre edilmiş seri saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Z}_L = (60 + j25)/50 = 1{,}2 + j0{,}5$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 8. slayttaki gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0{,}1731\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş empedansı $1 - j0{,}492$ olup yeri $0{,}3558\lambda$ hizası, yani $0{,}3558\lambda - 0{,}1731\lambda = 0{,}1828\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $j0{,}492$ değerinde seri reaktans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için empedans abağında $j0{,}492$ yayının en dış nokta hizası $0{,}0727\lambda$ hizasıdır. Açık devre saplama istendiği için empedans abağındaki sağ tarafın hizası $0{,}25\lambda$ bundan çıkartılır. $0{,}0727\lambda - 0{,}25\lambda = -0{,}1773\lambda \equiv 0{,}3227\lambda$ saplama boyudur.

(Diğer çözümde kesişme $1 + j0{,}492$ empedansında, yeri $0{,}1442\lambda - 0{,}1731\lambda = -0{,}0289\lambda \equiv 0{,}4711\lambda = l$. $-j0{,}492$ değerinde seri reaktans, açık devre saplama boyu $0{,}1773\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde, empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra

$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \frac{1{,}2 + j0{,}5 - 1}{1{,}2 + j0{,}5 + 1} = 0{,}2387\angle 55{,}4° \quad \rightarrow \rho = 0{,}2387$

$\theta_1 = -\cos^{-1}\rho = -\cos^{-1}(0{,}2387) = -76{,}2°$ → altta kesişen noktanın açısı

$\theta_2 = \cos^{-1}\rho = \cos^{-1}(0{,}2387) = 76{,}2°$ → üstte kesişen noktanın açısı

$\frac{180° - (55{,}4°)}{720°}\lambda = 0{,}1731\lambda \rightarrow l = 0$ hizasıdır. Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela $\theta_1 = -76{,}2°$ ile seri saplama yeri $l = \frac{(55{,}4°) - (-76{,}2°)}{720°}\lambda = 0{,}1828\lambda$ bulunur.

$\Gamma(l) = \rho\angle\theta_1 = 0{,}2387\angle(-76{,}2°)$

$\bar{Z}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} = \frac{1 + (0{,}2387\angle(-76{,}2°))}{1 - (0{,}2387\angle(-76{,}2°))} = 1 - j0{,}492$ kesişme noktasındaki empedans. Yani seri saplanacak reaktans değeri $= j0{,}492$

Saplama boyu, sonu a.d. reaktans olduğu için, $\frac{\tan^{-1}(-1/0{,}492)}{360°}\lambda = -0{,}1773\lambda$, fakat eksi olamayacağı için 0,5λ ilavesiyle $0{,}3227\lambda$ bulunur.

3.1) Karakteristik admitansı $Y_0 = 0{,}02$ S olan bir iletim hattı, $Y_L = (0{,}012 - j0{,}009)$ S'lik bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu kısa devre edilmiş paralel saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Y}_L = (0{,}012 - j0{,}009)/0{,}02 = 0{,}6 - j0{,}45$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 7. slaytta $\bar{Y}_L$ bulunduktan sonra gösterildiği gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0{,}4110\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş admitansı $1 + j0{,}777$ olup yeri $0{,}1545\lambda$ hizası, yani $0{,}1545\lambda - 0{,}4110\lambda = -0{,}2565\lambda \equiv 0{,}2435\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $-j0{,}777$ değerinde paralel süseptans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için admitans abağında $-j0{,}777$ yayının en dış nokta hizası $0{,}3948\lambda$ hizasıdır. Kısa devre saplama istendiği için admitans abağındaki sağ tarafın hizası $0{,}25\lambda$ bundan çıkartılır, saplama boyu $0{,}1448\lambda$.

(Diğer çözümde kesişme $1-j0{,}777$ admitansında, yeri $0{,}3455\lambda-0{,}4110\lambda=-0{,}0655\lambda\equiv 0{,}4345\lambda=l$. $j0{,}777$ değerinde paralel süseptans, kısa devre saplama boyu $0{,}3552\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde admitansı aynı şekilde normalize ettikten sonra

$\Gamma_L^I=\frac{\bar{Y}_L-1}{\bar{Y}_L+1}=\frac{0{,}6-j0{,}45-1}{0{,}6-j0{,}45+1}=0{,}3623\angle-115{,}9°\qquad\rightarrow\rho=0{,}3623$

$\theta_1=\cos^{-1}\rho=\cos^{-1}(0{,}3623)=68{,}8°\rightarrow$ üstte kesişen noktanın açısı

$\theta_2=-\cos^{-1}\rho=-\cos^{-1}(0{,}3623)=-68{,}8°\rightarrow$ altta kesişen noktanın açısı

$\frac{180°-(-115{,}9°)}{720°}\lambda=0{,}4110\lambda\ \rightarrow l=0$ hizasıdır. Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela $\theta_1=68{,}8°$ ile paralel saplama yeri $l=\frac{(-115{,}9°)-(68{,}8°)}{720°}\lambda=-0{,}2565\lambda\equiv 0{,}2435\lambda$ bulunur.

$\Gamma_I(l)=\rho\angle\theta_1=0{,}3623\angle 68{,}8°$

$\bar{Y}_{in}(l)=\frac{1+\Gamma_I(l)}{1-\Gamma_I(l)}=\frac{1+(0{,}3623\angle 68{,}8°)}{1-(0{,}3623\angle 68{,}8°)}=1+j0{,}7773$ kesişme noktasındaki admitans. Yani paralel saplanacak süseptans değeri $=-j0{,}7773$

Saplama boyu, sonu k.d. edilmiş süseptans olduğu için, $\frac{\tan^{-1}(-1/(-0{,}7773))}{360°}\lambda=0{,}1448\lambda$ bulunur.

3.2) Karakteristik admitansı $Y_0=0{,}01$ S olan bir iletim hattı, $Y_L=(0{,}015+j0{,}003)$ S'lik bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu açık devre edilmiş paralel saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Y}_L=(0{,}015+j0{,}003)/0{,}01=1{,}5+j0{,}3$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 7. slaytta $\bar{Y}_L$ bulunduktan sonra gösterildiği gibi:

$l=0$ konumu, dış göstergede $0{,}2165\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş admitansı $1-j0{,}476$ olup yeri $0{,}3564\lambda$ hizası, yani $0{,}3564\lambda-0{,}2165\lambda=0{,}1399\lambda=l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $j0{,}476$ değerinde paralel süseptans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için admitans abağında $j0{,}476$ yayının en dış nokta hizası $0{,}0707\lambda$ hizasıdır. Açık devre saplama istendiği için admitans abağındaki sol tarafın hizası $0{,}00\lambda$ bundan çıkartılır, saplama boyu $0{,}0707\lambda$.

(Diğer çözümde kesişme $1+j0{,}476$ admitansında, yeri $0{,}1436\lambda-0{,}2165\lambda=-0{,}0729\lambda\equiv 0{,}4271\lambda=l$. $-j0{,}476$ değerinde paralel süseptans, açık devre saplama boyu $0{,}4293\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde admitansı aynı şekilde normalize ettikten sonra

$\Gamma_L^I=\frac{\bar{Y}_L-1}{\bar{Y}_L+1}=\frac{1{,}5+j0{,}3-1}{1{,}5+j0{,}3+1}=0{,}2316\angle 24{,}1°\qquad\rightarrow\rho=0{,}2316$

$\theta_1=-\cos^{-1}\rho=-\cos^{-1}(0{,}2316)=-76{,}6°\rightarrow$ altta kesişen noktanın açısı

$\theta_2=\cos^{-1}\rho=\cos^{-1}(0{,}2316)=76{,}6°\rightarrow$ üstte kesişen noktanın açısı

$\frac{180°-24{,}1°}{720°}\lambda=0{,}2165\lambda\ \rightarrow l=0$ hizasıdır. Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela $\theta_1=-76{,}6°$ ile paralel saplama yeri $l=\frac{24{,}1°-(-76{,}6°)}{720°}\lambda=0{,}1399\lambda$ bulunur.

$\Gamma_I(l)=\rho\angle\theta_1=0{,}2316\angle(-76{,}6°)$

$\bar{Y}_{in}(l)=\frac{1+\Gamma_I(l)}{1-\Gamma_I(l)}=\frac{1+(0{,}2316\angle(-76{,}6°))}{1-(0{,}2316\angle(-76{,}6°))}=1-j0{,}476$ kesişme noktasındaki admitans. Yani paralel saplanacak süseptans değeri $=j0{,}476$

Saplama boyu, sonu a.d. edilmiş süseptans olduğu için, $\frac{\tan^{-1}(0{,}476)}{360°}\lambda = 0{,}0707\lambda$ bulunur.

4.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 80\Omega - j35\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (80 - j35)/50 = 1{,}6 - j0{,}7$. Reel kısım 1'den büyük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin içindedir. Önce $j\bar{B}_a$ süseptansı paralel bağlanacak, sonra $j\bar{X}_a$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 11. slayttaki gibi:

$\bar{Y}_L = 0{,}525\ +\ j0{,}23$. Admitans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Y}_P = 0{,}525\ +\ j0{,}50$. Yani $j\bar{B}_a = j(0{,}50 - 0{,}23) = j0{,}27$.

Bunun simetriği, empedans abağında $\bar{Z}_P = 1 -\ j0{,}952$. Yani $j\bar{X}_a = j0{,}952$.

Bunlar normalize değerlerdir. Siemens ve ohm cinsinden ise

$jB_a = j0{,}27 \times (1/Z_0) = j5{,}4$ mS ve $jX_a = j0{,}952 \times Z_0 = j47{,}6\ \Omega$

(Slayttaki Şekil a çizilmeli.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra reel kısmı > 1 olduğu için

$$\bar{Y}_L = \frac{1}{\bar{Z}_L} = \frac{1}{1{,}6 - j0{,}7} = 0{,}525\ +\ j0{,}23 = \bar{G}_L + j\bar{B}_L$$

$\frac{1}{\bar{G}_L + j(\bar{B}_L + \bar{B}_a)} = 1 - j\bar{X}_a$ denkleminin çözümü: $\bar{B}_a = \mp\sqrt{\bar{G}_L - \bar{G}_L^2} - \bar{B}_L$, $\bar{X}_a = (\bar{B}_L + \bar{B}_a)/\bar{G}_L$

$\bar{B}_a = \mp\sqrt{0{,}525 - 0{,}525^2} - 0{,}23 \ \rightarrow\ \bar{B}_a = 0{,}27$ ve $\bar{X}_a = (0{,}23 + 0{,}27)/0{,}525 = 0{,}952$ bulunur.

(Siemens ve ohm hesabı aynı)

Diğer çözüm ise $\bar{B}_a = -0{,}73$ ve $\bar{X}_a = (0{,}23 - 0{,}50)/0{,}525 = -0{,}952$.

$jB_a = -j0{,}73 \times (1/Z_0) = -j15$ mS ve $jX_a = -j0{,}952 \times Z_0 = -j47{,}6\ \Omega$

4.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 90\Omega + j135\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (90 + j135)/75 = 1{,}2 + j1{,}8$. Reel kısım 1'den büyük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin içindedir. Önce $j\bar{B}_a$ süseptansı paralel bağlanacak, sonra $j\bar{X}_a$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 11. slayttaki gibi:

$\bar{Y}_L = 0{,}256 -\ j0{,}385$. Admitans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Y}_P = 0{,}256\ +\ j0{,}437$. Yani $j\bar{B}_a = j\big(0{,}437 - (-0{,}385)\big) = j0{,}821$.

Bunun simetriği, empedans abağında $\bar{Z}_P = 1 -\ j1{,}70$. Yani $j\bar{X}_a = j1{,}70$.

Bunlar normalize değerlerdir. Siemens ve ohm cinsinden ise

$jB_a = j0{,}821 \times (1/Z_0) = j11$ mS ve $jX_a = j1{,}70 \times Z_0 = 128\ \Omega$

(Slayttaki Şekil a çizilmeli.)

5.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 30\Omega + j100\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (30 + j100)/50 = 0{,}6 + j2$. Reel kısım 1'den küçük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin dışındadır. Önce $j\bar{X}_b$ reaktansı seri bağlanacak, sonra $j\bar{B}_b$ süseptansı bu seri yapıya paralel bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 12. slayttaki gibi:

Empedans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Z}_S = 0{,}60\ +\ j0{,}49$. Yani $j\bar{X}_b = j(0{,}49 - 2) = -j1{,}51$.

Bunun simetriği, admitans abağında $\bar{Y}_S = 1 -\ j0{,}817$. Yani $j\bar{B}_b = j0{,}817$.

Bunlar normalize değerlerdir. Ohm ve siemens cinsinden ise

$jX_b = -j1{,}51 \times Z_0 = -j75{,}5\ \Omega$ ve $jB_b = j0{,}817 \times (1/Z_0) = 0{,}0163$ S

(Slayttaki Şekil b çizilmeli.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra reel kısmı < 1 olduğu için

$$\bar{Z}_L = \bar{R}_L + j\bar{X}_L = 0{,}6\ +\ j2$$

$\frac{1}{\bar{R}_L + j(\bar{X}_L + \bar{X}_b)} = 1 - j\bar{B}_b$ denkleminin çözümü: $\bar{X}_b = \mp\sqrt{\bar{R}_L - \bar{R}_L^2} - \bar{X}_L$, $\bar{B}_b = (\bar{X}_L + \bar{X}_b)/\bar{R}_L$

$\bar{X}_b = \mp\sqrt{0{,}6 - 0{,}6^2} - 2 \rightarrow \bar{X}_b = -1{,}51$ ve $\bar{B}_b = \big(2 + (-1{,}51)\big)/0{,}6 = 0{,}817$ bulunur.

(Ohm siemens ve hesabı aynı)

Diğer çözüm ise $\bar{X}_b = -2{,}49$ ve $\bar{B}_b = \big(2 + (-2{,}49)\big)/0{,}6 = -0{,}817$ bulunur.

$jX_b = -j2{,}49 \times Z_0 = -j124{,}5\ \Omega$ ve $jB_b = -j0{,}817 \times (1/Z_0) = -0{,}0163$ S

5.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 100\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 28\Omega - j75\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (28 - j75)/100 = 0{,}28 - j0{,}75$. Reel kısım 1'den küçük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin dışındadır. Önce $j\bar{X}_b$ reaktansı seri bağlanacak, sonra $j\bar{B}_b$ süseptansı bu seri yapıya paralel bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 12. slayttaki gibi:

Empedans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Z}_S = 0{,}28 -\ j0{,}449$. Yani $j\bar{X}_b = j\big((-0{,}449) - (-0{,}75)\big) = j0{,}301$.

Bunun simetriği, admitans abağında $\bar{Y}_S = 1 +\ j1{,}60$. Yani $j\bar{B}_b = -j1{,}60$.

Bunlar normalize değerlerdir. Ohm ve siemens cinsinden ise

$jX_b = j0{,}301 \times Z_0 = j30{,}1\ \Omega$ ve $jB_b = -j1{,}60 \times (1/Z_0) = 0{,}0160$ S

(Slayttaki Şekil b çizilmeli.)

Bonus Soru:

(Bu soru 4. ve 5. grup sorulardaki yöntemin alçak frekans devrelerinde de uygulanabilirliğini göstermek içindir. Sınava dahil değildir.)

50 Hz'de çalışan, Thevenin empedansı $Z_{Th} = 10\Omega + j0\Omega$ olan bir ac kaynak ile $Z_L = 20\Omega - j25\Omega$ empedansında bir yüke maksimum güç aktarabilmek için, yüke biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans)

bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır? Bobin veya kondansatörden hangileri ise endüktans veya kapasitansını da bulunuz.

Çözüm: $Z_0 = R_{Th} = 10\Omega$ ile uyumlandırma problemiyle aynıdır (Z_{Th} yalnız reel olduğu için).

$\bar{Z}_L = (20 - j25)/10 = 2 - j2{,}5$. Reel kısım 1'den büyük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin içindedir. Önce $j\bar{B}_a$ süseptansı paralel bağlanacak, sonra $j\bar{X}_a$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 11. slayttaki gibi:

$\bar{Y}_L = 0{,}195 + j0{,}244$. Admitans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Y}_P = 0{,}195 + j0{,}396$. Yani $j\bar{B}_a = j(0{,}396 - 0{,}244) = j0{,}152$.

Bunun simetriği, empedans abağında $\bar{Z}_P = 1 - j2{,}03$. Yani $j\bar{X}_a = j2{,}03$.

Bunlar normalize değerlerdir. Siemens ve ohm cinsinden ise

$jB_a = j0{,}152 \times (1/Z_0) = j0{,}0152$ S ve $jX_a = j2{,}03 \times Z_0 = 20{,}3\ \Omega$

$B_a > 0$ olduğu için kapasitiftir. $B_a = j\omega C = j0{,}0152\text{ S} = j(2\pi \cdot 50\text{Hz})C \rightarrow C = 48{,}5\ \mu\text{F}$

$X_a > 0$ olduğu için endüktiftir. $X_a = j\omega L = j20{,}3\ \Omega = j(2\pi \cdot 50\text{Hz})L \rightarrow L = 6{,}5\text{ mH}$

Slayttaki Şekil a'daki gibi bağlanır. Gerçekten de $\left[Z_L \parallel \left(\frac{1}{jB_a}\right)\right] + jX_a = R_{Th}$ (omik) olduğunu görebilirsiniz.

6.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = (60 + j90)\ \Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükün hatta uyumlandırılması için kullanılması gereken çeyrek dalga boyu transformatörün karakteristik empedansı Z_0^{Tr} ne olmalıdır ve yükten hangi uzaklığa yerleştirilmelidir? En yakın çözümü alınız. Şekil çizerek hangi kısmın hangi karakteristik empedanslı olduğunu ve uzunlukların hangi ortamın dalga boyu cinsinden verildiğini şekil üzerinde belirtiniz.

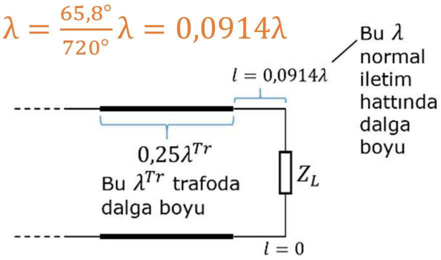
Yardımcı formüller: $Z_0^{Tr} = \sqrt{Z_0 Z_{in}}$ $\qquad \Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \rho\angle\theta \qquad s = \frac{1+\rho}{1-\rho}$

Çözüm: $\bar{Z}_L = (60 + j90)/75 = 0{,}8 + j1{,}2$

Smith abağında bu empedans çemberi çizilir. $l = 0$ hizası 0,1586λ bulunur. Sanal kısım artı olduğu için yatayı kestiği ilk nokta sağ tarafta, yani yükten (0,25 – 0,1586)λ = l = 0,0914λ mesafede normalize giriş empedansı $\bar{Z}_{in} = s = 3{,}57$ bulunur. (Smith çalışmaları sunum dosyasındaki 14. slayt benzeri)

Smith abaksız çözümde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra $\Gamma_L = \frac{0{,}8 + j1{,}2 - 1}{0{,}8 + j1{,}2 + 1} = 0{,}5624\angle 65{,}8°$ yani $\rho = 0{,}5624$ ve $\theta = 65{,}8°$. Sanal kısım artı olduğundan yatayı kesen ilk nokta sağdadır ve bu noktada $\bar{Z}_{in} = s = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0{,}5624}{1-0{,}5624} = 3{,}57$ bulunur. Yatayı sağda kesme mesafesi ise: $l = \frac{\theta}{720°}\lambda = \frac{65{,}8°}{720°}\lambda = 0{,}0914\lambda$

(En yakın mesafe 0 ile 0,25λ arasındadır.)



Yatayı sağda kesen noktada $Z_{in} = sZ_0$ olduğundan

$Z_0^{Tr} = Z_0\sqrt{s} = 75\Omega\sqrt{3{,}57} = 141{,}7\ \Omega$ seçilmelidir.

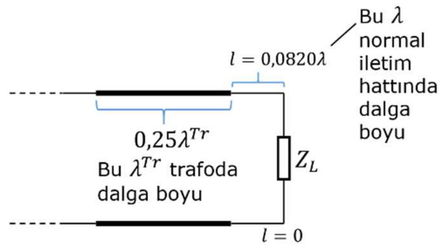
6.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = (45 - j30)\ \Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükün hatta uyumlandırılması için kullanılması gereken çeyrek dalga boyu transformatörün karakteristik empedansı Z_0^{Tr} ne olmalıdır ve yükten hangi uzaklığa yerleştirilmelidir? En yakın çözümü alınız. Şekil çizerek hangi kısmın hangi karakteristik empedanslı olduğunu ve uzunlukların hangi ortamın dalga boyu cinsinden verildiğini şekil üzerinde belirtiniz.

Yardımcı formüller: $Z_0^{Tr} = \sqrt{Z_0 Z_{in}}$ $\qquad \Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \rho\angle\theta \qquad s = \frac{1+\rho}{1-\rho}$

Çözüm: $\bar{Z}_L = (45 - j30)/75 = 0{,}6 - j0{,}4$

Smith abağında bu empedans çemberi çizilir. $l = 0$ hizası 0,4180λ bulunur. Sanal kısım eksi olduğu için yatayı kestiği ilk nokta sol tarafta, yani yükten (0,5 – 0,4180)λ = l = 0,0820λ mesafede normalize giriş empedansı $\bar{Z}_{in} = 1/s = 0{,}489$ bulunur. (Smith çalışmaları sunum dosyasındaki 15. slayt benzeri)

Smith abaksız çözümde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra $\Gamma_L = \frac{0{,}6 - j0{,}4 - 1}{0{,}6 - j0{,}4 + 1} = 0{,}343\angle - 121°$ yani $\rho = 0{,}343$ ve $\theta = -121°$. Sanal kısım eksi olduğundan yatayı kesen ilk nokta soldadır ve bu noktada $\bar{Z}_{in} = \frac{1}{s} = \frac{1-\rho}{1+\rho} = \frac{1-0{,}343}{1+0{,}343} = 0{,}489$ bulunur. Yatayı solda kesme mesafesi ise:



$l = (0{,}25 + \frac{\theta}{720°})\lambda = (0{,}25 + \frac{-121°}{720°})\lambda = 0{,}0820\lambda$

(En yakın mesafe 0 ile 0,25λ arasındadır.)

Yatayı solda kesen noktada $Z_{in} = Z_0 \cdot (1/s)$ olduğundan

$Z_0^{Tr} = Z_0\sqrt{0{,}489} = 75\Omega \cdot \sqrt{0{,}489} = 52{,}5\ \Omega$ seçilmelidir.

Dikkat: Doğrudan $1/s$'i bulduğumuz için ayrıca 1/… işlemi yapmıyoruz.

7.1) Sırasıyla x ve y hizasında olan kenarları a ve b olan, dikdörtgen kesitli içi boş bir dalga kılavuzu içinde ilerleyen bir dalganın alan bileşenlerinden biri şöyledir:

$$U(x,y,z,t) = U_0 \cos\left(\frac{3\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{b}y\right)e^{-jk_z z}e^{j\omega t}$$

$a = 0{,}08\text{m} \qquad b = 0{,}05\text{m} \qquad k_z = 7\ \text{rad/m} \qquad \omega = 2\pi \times 6{,}5 \times 10^9\ \text{rad/s} \qquad U_0$ sabit.

a) Dalganın faz hızını (v_p) ve grup hızını (v_g) bulunuz.

b) Dalga boyunu bulunuz.

c) Dalga kılavuzunun alt kesim frekansını Hz cinsinden bulunuz.

Yardımcı formüller: $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2\mu\varepsilon$. Boşluk için $\mu\varepsilon = \mu_0\varepsilon_0 = 1/c^2$, $c = 3 \times 10^8\ \text{m/s}$, $v_p v_g = \frac{1}{\mu\varepsilon}$

Çözüm: **a)** Dalganın fazının sabit olduğu bir noktanın gezdiği yer ve zamanda: $-k_z z + \omega t = \text{sabit}$

Bunun t'ye göre türevini alalım: $-k_z\frac{dz}{dt} + \omega = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k_z} = \frac{2\pi \times 6{,}5 \times 10^9}{7}\text{m/s} = 5{,}83 \times 10^9\ \text{m/s} = v_p$

$$v_p v_g = \frac{1}{\mu\varepsilon} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} = c^2 \quad \rightarrow \quad v_g = \frac{c^2}{v_p} = \frac{(3 \times 10^8)^2}{5{,}83 \times 10^9}\text{m/s} = 1{,}54 \times 10^7\ \text{m/s} = v_g$$

b) $-k_z z + \omega t$ fazının aynı an için 2π radyan farklı olduğu noktada $k_z z$, 2π radyan kadar değişirken z, dalga boyu (λ) kadar değişir. Yani $\lambda = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi}{7}\text{m} = 90\text{cm} = \lambda$

c) $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2\mu\varepsilon$ ifadesinde $k_z^2 > 0$ olmak zorundadır. Sınırda $k_z^2 = 0$ alarak alt kesim frekansı

$\omega_c = \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{\mu\varepsilon}}$ (rad/s) bulunur. Boşluk için ve Hz cinsinden ise $f_c = \frac{c}{2\pi}\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

Burada x bağımlılığından $k_x = \frac{3\pi}{a} = \frac{3\pi}{0{,}08}\text{rad/m} = 117{,}8\ \text{rad/m}$

ve y bağımlılığından $k_y = \frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{0{,}05}\,\text{rad/m} = 62{,}8\,\text{rad/m}$ bulunur.

$$f_c = \frac{3\times10^8}{2\pi}\sqrt{(117{,}8)^2 + (62{,}8)^2}\ \text{Hz} = 6{,}38\ \text{GHz}$$

7.2) x, y ve z hizasında olan kenarları sırasıyla a = 5cm, b = 6cm ve d = 18cm olan, dikdörtgen kesitli içi boş bir dalga kılavuzu rezonatörde $E_z = 0$ ve elektrik alanın diğer bileşenlerinin,

$x = 0$'dan $x = a$'ya kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 2,

$y = 0$'dan $y = b$'ye kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 1,

$z = 0$'dan $z = d$'ye kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 3

olduğuna göre bu rezonatörün modunu belirtiniz. Rezonans frekansını Hz cinsinden bulunuz.

Yardımcı formüler: $\omega_{rez} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$ (rad/s) . Boşluk için $1/\sqrt{\mu\varepsilon} = c = 3\times10^8\ \text{m/s}$.

Çözüm: Verilere göre $m = 2, n = 1, l = 3$ olduğu anlaşılmaktadır. $E_z = 0$ olduğuna göre de bu bir TE modudur. Yani rezonatör TE_{213} modunda dalga taşımaktadır. Boşluk için $1/\sqrt{\mu\varepsilon} = c$ ve Hz cinsinden $f_{rez} = \omega_{rez}/(2\pi)$ yerine yazılırsa rezonans frekansı $f_{rez} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} = \frac{3\times10^8}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{0{,}05}\right)^2 + \left(\frac{1}{0{,}06}\right)^2 + \left(\frac{3}{0{,}18}\right)^2}$ Hz

$f_{rez} = 6{,}96$ GHz bulunur.

8.1) Saçılma matrisi aşağıda verilen devre, **a)** Karşılıklı mıdır? **b)** Kayıpsız mıdır?

$$[S] = \begin{bmatrix} 0{,}600\angle 24° & 0{,}866\angle(-73°) \\ 0{,}800\angle 17° & 0{,}500\angle 148° \end{bmatrix}$$

Yardımcı formül: $[S]^T[S]^* = [U] \Leftrightarrow$ Devre kayıpsız (Burada $[U]$ birim matris)

($[S]$ simetrik $\Leftrightarrow$ Devre karşılıklı, ama sınavda bu bilgi verilmez.)

Çözüm: **a)** Verilen $[S]$ simetrik olmadığı için devre karşılıklı değildir.

b)

$$[S]^T[S]^* = \begin{bmatrix} 0{,}6\angle 24° & 0{,}8\angle 17° \\ 0{,}866\angle(-73°) & 0{,}5\angle 148° \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}6\angle(-24°) & 0{,}866\angle 73° \\ 0{,}8\angle(-17°) & 0{,}5\angle(-148°) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}6^2 + 0{,}8^2 & (0{,}6*0{,}866)\angle(24°+73°) + (0{,}8*0{,}5)\angle(17°-148°) \\ (0{,}6*0{,}866)\angle(-24°-73°) + (0{,}8*0{,}5)\angle(-17°+148°) & 0{,}866^2 + 0{,}5^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} =1\checkmark & \neq 0 \times \\ \neq 0 \times & =1\checkmark \end{bmatrix}$$

Sadece köşegen konumların şartı sağlanıyor. Diğer konumların şartı sağlanmadığı için devre kayıpsız değildir.

8.2) Saçılma matrisi aşağıda verilen devre, **a)** Karşılıklı mıdır? **b)** Kayıpsız mıdır? (*Formül* 8.1 sorusundaki veya burada (b) çözümünde verildiği gibi.)

$$[S] = \begin{bmatrix} 0{,}6\angle 40° & 0{,}8\angle(-30°) \\ 0{,}8\angle 30° & 0{,}6\angle(-220°) \end{bmatrix}$$

Çözüm: **a)** Verilen $[S]$ simetrik olmadığı için devre karşılıklı değildir.

b)

$$[S]^T[S]^* = \begin{bmatrix} 0{,}6\angle 40° & 0{,}8\angle 30° \\ 0{,}8\angle(-30°) & 0{,}6\angle(-220°) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}6\angle(-40°) & 0{,}8\angle 30° \\ 0{,}8\angle(-30°) & 0{,}6\angle 220° \end{bmatrix}$$

Bu çarpımın 2 boyutlu birim matrise eşit olma şartı şu üç şarta dönüşür:

$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$, $|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1$, $S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = 0$ olmalıdır (dikkat, ilk matrisin yani $[S]$'in sütunları kullanılıyor).

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 0{,}6^2 + 0{,}8^2 = 1 \checkmark$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 0{,}8^2 + 0{,}6^2 = 1 \checkmark$$

$$S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = (0{,}6 * 0{,}8)\angle(40° + 30°) + (0{,}8 * 0{,}6)\angle(30° + 220°) = 0 \checkmark$$

(Mutlak değerleri aynı, açıları 180° farklı iki karmaşık sayının toplamı sıfır olduğunu görünüz.)

Tüm şartlar sağlandığı için devre kayıpsızdır.

8.3) Saçılma matrisi aşağıda verilen devre, **a)** Karşılıklı mıdır? **b)** Kayıpsız mıdır? (*Formüller* 8.2 sorusundaki gibi)

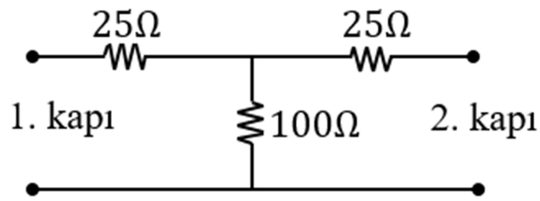
$$[S] = \begin{bmatrix} 0{,}3 + j0{,}6 & 0{,}2 - j0{,}4 \\ 0{,}2 - j0{,}4 & 0{,}6 - j0{,}1 \end{bmatrix}$$

Çözüm: **a)** Verilen $[S]$ simetrik olduğu için devre karşılıklıdır.

b) $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = (0{,}3^2 + 0{,}6^2) + (0{,}2^2 + 0{,}4^2) \neq 1$ ✗ Devre kayıpsız değildir.

(Kayıpsızlık şartlarından birinin sağlanmaması, kayıpsız olmadığını söylemek için yeterlidir.)

9.1) Şekilde verilen 2 kapılı devrenin her iki kapısındaki hattın karakteristik empedansı $Z_0 = 75\Omega$'dur.



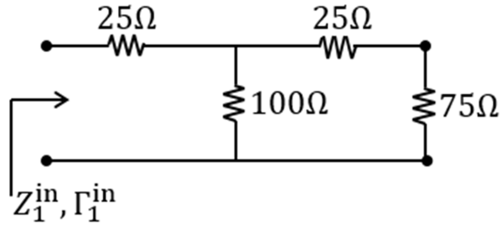
a) Devrenin saçılma matrisini bulunuz.

b) Bir kapı uyumlandırılmış iken diğer kapıdan verilen güç kaç dB zayıflayarak uyumlandırılmış kapıdaki yüke ulaşır?

Yardımcı formüller: $[V^-] = [S][V^+]$, $S_{ij} = \left.\frac{V_i^-}{V_j^+}\right|_{\text{"}k\neq j \text{ için } V_k^+=0\text{" yani "tüm } k\neq j \text{ kapıları uyumlandırılmışken"}}$

$$\Gamma_k^{\text{in}} = \frac{V_k^-}{V_k^+} = \frac{Z_k^{\text{in}} - Z_0}{Z_k^{\text{in}} + Z_0} \qquad (\text{Zayıflama})_{dB} = -10\log\left(\frac{P_{\text{çıkış}}}{P_{\text{giriş}}}\right) = -20\log\left|\frac{V_{\text{çıkış}}}{V_{\text{giriş}}}\right|$$

Çözüm: **a)** 2. kapı uyumlandırılmışken, yani 75Ω bağlıyken,



$$Z_1^{\text{in}} = 25\Omega + \big(100 \parallel (25 + 75)\big)\Omega = 75\Omega$$

$Z_1^{\text{in}} = Z_0$ olduğu için bu özel değerlerle 1. kapı da uyumlu olmaktadır: $\Gamma_1^{\text{in}} = 0 = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} = 0$.

$S_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+}$ İkinci kapı uyumlandırıldığı için $V_2 = V_2^+ + V_2^- = V_2^-$

Bu özel değerlerle birinci kapı da uyumlu olduğu için $V_1 = V_1^+ + V_1^- = V_1^+$

Dikkat: Uyumlu kapıda yansıma sıfırdır. Ancak tek kapıya kaynak bağlanmışken kaynak bağlanan kapıdan çıkan (– simgeli), kaynak bağlanmayan kapıdan ise giren (+ simgeli) yansıyandır. Burada hesaplama, 1. kapıya kaynak bağlanmış duruma göre yapılıyor.

$V_2 = \frac{75}{25+75} V_{100\Omega}$ ve $V_{100\Omega} = \frac{(100 \| (25+75))\Omega}{Z_1^{\text{in}}} V_1$. Tüm bunlardan dolayı:

$$V_2^- = \frac{75}{25+75} \cdot \frac{(100 \parallel (25+75))}{75} V_1^+ = \frac{1}{2} V_1^+ \quad \rightarrow \quad \frac{V_2^-}{V_1^+} = S_{21} = \frac{1}{2}$$

Simetriden dolayı 1. kapıyı uyumlandırıp 2. kapıdan kaynak bağladığımızda da $S_{22} = 0$ ve $S_{12} = \frac{1}{2}$ buluruz. Yani

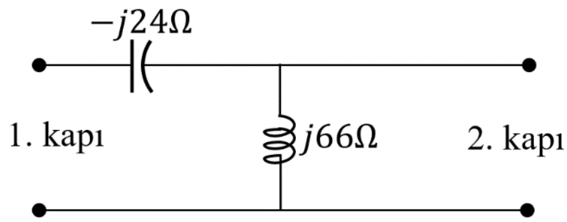
$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & 0 \end{bmatrix}$$

b) Mesela 2. kapı uyumlandırılmışken 1. kapıdan verilen gerilim dalgasının S_{21} katı 2. kapıdan çıkar. Buna göre

$$(\text{Zayıflama})_{dB} = -20 \log \left| \frac{V_2^-}{V_1^+} \right| = -20 \log |S_{21}| = -20 \log 0{,}5 = 6\text{dB}$$

Simetriden dolayı kapılara tam tersi işlemler yapılınca da zayıflama aynıdır.

9.2) Şekilde verilen 2 kapılı devrenin her iki kapısındaki hattın karakteristik empedansı $Z_0 = 100\Omega$'dur.

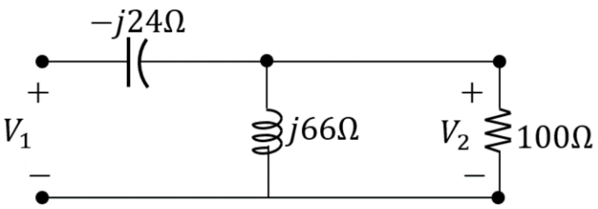


a) Devrenin saçılma matrisini bulunuz.

b) Saçılma matrisinin karşılıklılık ve kayıpsızlık şartlarını sağladığını doğrulayınız.

Yardımcı formüller: 8.2 ve 9.1 sorularındaki gibi.

Çözüm: **a)** 2. kapı uyumlandırılmışken, yani 100Ω bağlıyken,



$$(100 \parallel j66)\Omega = \frac{j6600}{100 + j66}\Omega = (30{,}34 + j45{,}97)\Omega$$

$$Z_1^{\text{in}} = (30{,}34 + j45{,}97 - j24)\Omega = (30{,}34 + j21{,}97)\Omega$$

Bu şartlarda 1. kapı gerilim yansıma katsayısı

$$\Gamma_1^{\text{in}} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} = \frac{Z_1^{\text{in}} - Z_0}{Z_1^{\text{in}} + Z_0} = \frac{30{,}34 + j21{,}97 - 100}{30{,}34 + j21{,}97 + 100} = \boxed{-0{,}492 + j0{,}252 = S_{11}}$$

$$V_2 = \frac{30{,}34 + j45{,}97}{30{,}34 + j45{,}97 - j24} V_1 = (1{,}376 + j0{,}519) V_1$$

Burada $V_1 = V_1^+ + V_1^-$ ve $V_1^- = \Gamma_1^{\text{in}} V_1^+$. Ayrıca 2. kapı uyumlandırılmış olduğundan

$$V_2 = V_2^+ + V_2^- = V_2^- = (1{,}376 + j0{,}519)(V_1^+ + V_1^-) = (1{,}376 + j0{,}519)(1 + \Gamma_1^{\text{in}}) V_1^+$$

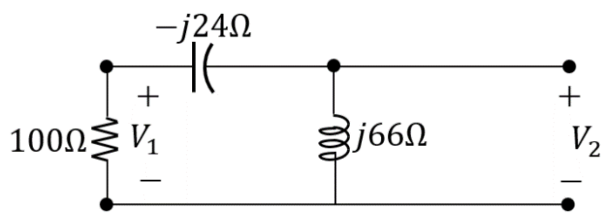
$$V_2^- = (1{,}376 + j0{,}519)(1 - 0{,}492 + j0{,}252) V_1^+$$

$$\frac{V_2^-}{V_1^+} = S_{21} = (1{,}376 + j0{,}519)(0{,}508 + j0{,}252) = \boxed{0{,}568 + j0{,}610 = S_{21}}$$

1. kapı uyumlandırılmışken, yani 100Ω bağlıyken,

$$Z_2^{\text{in}} = ((100 - j24) \parallel j66)\Omega = \frac{(100 - j24) \cdot j66}{100 - j24 + j66}\Omega$$

$$Z_2^{\text{in}} = (37{,}03 + j50{,}45)\Omega$$



Bu şartlarda 2. kapı gerilim yansıma katsayısı

$$\Gamma_2^{\text{in}} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = S_{22} = \frac{Z_2^{\text{in}} - Z_0}{Z_2^{\text{in}} + Z_0} = \frac{37{,}03 + j50{,}45 - 100}{37{,}03 + j50{,}45 + 100} = \boxed{-0{,}285 + j0{,}473 = S_{22}}$$

$$V_1 = \frac{100}{100 - j24} V_2 \quad \text{(Dikkat: } j66\Omega, \text{ikinci kapıdaki kaynağa paralel olduğundan } V_1\text{'e etkisiz)}$$

Burada $V_2 = V_2^+ + V_2^-$ ve $V_2^- = \Gamma_2^{\text{in}} V_2^+$. Ayrıca 1. kapı uyumlandırılmış olduğundan

$$V_1 = V_1^+ + V_1^- = V_1^- = \frac{100}{100 - j24}(V_2^+ + V_2^-) = \frac{100}{100 - j24}\left(1 + \Gamma_2^{\text{in}}\right)V_2^+$$

$$V_1^- = (0{,}946 + j0{,}227)(1 - 0{,}285 + j0{,}473)V_2^+$$

$$\frac{V_1^-}{V_2^+} = S_{12} = (0{,}946 + j0{,}227)(0{,}715 + j0{,}473) = \boxed{0{,}568 + j0{,}610 = S_{12}}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} -0{,}492 + j0{,}252 & 0{,}568 + j0{,}610 \\ 0{,}568 + j0{,}610 & -0{,}285 + j0{,}473 \end{bmatrix}$$

b) $[S]$ matrisinin simetrik olduğu açıkça görülmektedir. Bu yüzden devre karşılıklıdır.

Kayıpsızlık şartları:

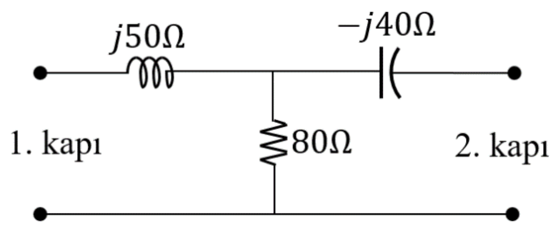
$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = (0{,}492^2 + 0{,}252^2) + (0{,}568^2 + 0{,}610^2) = 1 \checkmark$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = (0{,}568^2 + 0{,}610^2) + (0{,}285^2 + 0{,}473^2) = 1 \checkmark$$

$$S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = (-0{,}492 + j0{,}252)(0{,}568 - j0{,}610) + (0{,}568 + j0{,}610)(-0{,}285 - j0{,}473) = 0 \checkmark$$

tamamen sağlanmaktadır.

9.3) Yandaki şekilde verilen 2 kapılı devrenin her iki kapısındaki hattın karakteristik empedansı $Z_0 = 60\Omega$'dur.



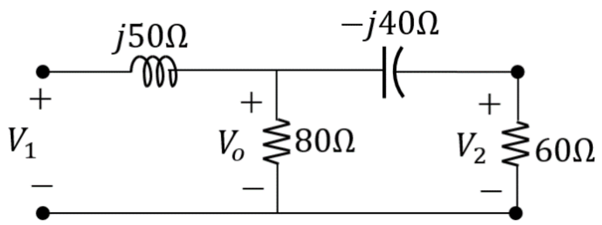
a) Devrenin saçılma matrisini bulunuz.

b) 2. kapı uyumlandırılmış iken 1. kapıdan giren güç, kaç dB zayıflayarak 2. kapıdaki uyumlu yüke ulaşır?

c) 1. kapı uyumlandırılmış iken 2. kapıdan giren güç, kaç dB zayıflayarak 1. kapıdaki uyumlu yüke ulaşır?

Yardımcı formüller: 9.1 sorusundaki gibi.

Çözüm: **a)** 2. kapı uyumlandırılmışken, yani 60Ω yük bağlıyken, sağdaki paralel kısmın empedansı:



$$(80 \parallel (60 - j40))\Omega = \frac{4800 - j3200}{140 - j40}\Omega = (37{,}74 - j12{,}08)\Omega$$

$$Z_1^{\text{in}} = (37{,}74 - j12{,}08 + j50)\Omega = (37{,}74 + j37{,}92)\Omega$$

Bu şartlarda 1. kapı gerilim yansıma katsayısı

$$\Gamma_1^{\text{in}} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} = \frac{Z_1^{\text{in}} - Z_0}{Z_1^{\text{in}} + Z_0} = \frac{37{,}74 + j37{,}92 - 60}{37{,}74 + j37{,}92 + 60} = \boxed{-0{,}067 + j0{,}414 = 0{,}419\angle 99{,}2^\circ = S_{11}}$$

$$V_2 = \frac{60}{60 - j40} V_o = (0{,}692 + j0{,}462)V_o\ , \qquad V_o = \frac{37{,}74 - j12{,}08}{37{,}74 - j12{,}08 + j50} V_1 = (0{,}338 - j0{,}659)V_1$$

$$V_2 = (0{,}692 + j0{,}462)(0{,}338 - j0{,}659)V_1 = (0{,}538 - j0{,}301)V_1 = V_2$$

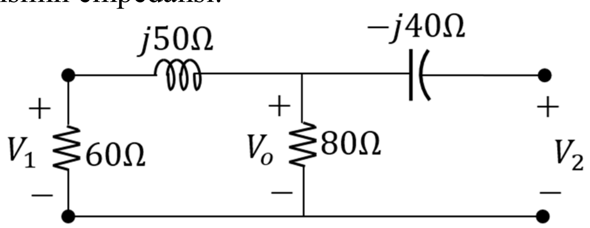
Burada $V_1 = V_1^+ + V_1^-$ ve $V_1^- = \Gamma_1^{\text{in}} V_1^+$. Ayrıca 2. kapı uyumlandırılmış olduğundan

$$V_2 = V_2^+ + V_2^- = V_2^- = (0{,}538 - j0{,}301)(V_1^+ + V_1^-) = (0{,}538 - j0{,}301)\left(1 + \Gamma_1^{\text{in}}\right)V_1^+$$

$$V_2^- = (0{,}538 - j0{,}301)(1 - 0{,}067 + j0{,}414)V_1^+$$

$$\frac{V_2^-}{V_1^+} = S_{21} = (0{,}538 - j0{,}301)(0{,}933 + j0{,}414) = \boxed{0{,}626 - j0{,}058 = 0{,}629\angle(-5{,}3°) = S_{21}}$$

1. kapı uyumlandırılmışken, yani 60Ω bağlıyken, soldaki paralel kısmın empedansı:



$$((60 + j50) \parallel 80)\Omega = \frac{4800 + j4000}{140 + j50}\Omega = (39{,}46 + j14{,}48)\Omega$$

$$Z_2^{\text{in}} = (39{,}46 + j14{,}48 - j40)\Omega = (39{,}46 - j25{,}52)\Omega$$

Bu şartlarda 2. kapı gerilim yansıma katsayısı

$$\Gamma_2^{\text{in}} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = S_{22} = \frac{Z_2^{\text{in}} - Z_0}{Z_2^{\text{in}} + Z_0} = \frac{39{,}46 - j25{,}52 - 60}{39{,}46 - j25{,}52 + 60} = \boxed{-0{,}132 - j0{,}290 = 0{,}319\angle(-114{,}4°) = S_{22}}$$

$$V_1 = \frac{60}{60 + j50}V_o = (0{,}590 - j0{,}492)V_o \quad , \qquad V_o = \frac{39{,}46 + j14{,}48}{39{,}46 + j14{,}48 - j40}V_2 = (0{,}538 + j0{,}715)V_2$$

$$V_1 = (0{,}590 - j0{,}492)(0{,}538 + j0{,}715)V_2 = (0{,}669 + j0{,}157)V_2$$

Burada $V_2 = V_2^+ + V_2^-$ ve $V_2^- = \Gamma_2^{\text{in}} V_2^+$. Ayrıca 1. kapı uyumlandırılmış olduğundan

$$V_1 = V_1^+ + V_1^- = V_1^- = (0{,}669 + j0{,}157)(V_2^+ + V_2^-) = (0{,}669 + j0{,}157)\left(1 + \Gamma_2^{\text{in}}\right)V_2^+$$

$$V_1^- = (0{,}669 + j0{,}157)(1 - 0{,}132 - j0{,}290)V_2^+$$

$$\frac{V_1^-}{V_2^+} = S_{12} = (0{,}669 + j0{,}157)(0{,}868 - j0{,}290) = \boxed{0{,}626 - j0{,}058 = 0{,}629\angle(-5{,}3°) = S_{12}}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 0{,}419\angle 99{,}2° & 0{,}629\angle(-5{,}3°) \\ 0{,}629\angle(-5{,}3°) & 0{,}319\angle(-114{,}4°) \end{bmatrix}$$

Soruda sorulmamış ama $[S]$ matrisinin simetrik olduğu açıkça görülmektedir. Bu yüzden devre karşılıklıdır.

Kayıpsızlık şartının ($[S]^T[S]^* = [U]$) sağlanmadığı da şöyle görülür.

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 0{,}419^2 + 0{,}629^2 \neq 1 \text{ ✗}$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 0{,}629^2 + 0{,}319^2 \neq 1 \text{ ✗}$$

$$S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = (0{,}419\angle 99{,}2°)(0{,}629\angle 5{,}3°) + (0{,}629\angle(-5{,}3°))(0{,}319\angle 114{,}4°) \neq 0 \text{ ✗}$$

Birinin bile sağlanmaması, kayıpsız olmadığını söylemek için yeterliydi. Devre kayıpsız değildir.

("Kayıplı" demek yerine "kayıpsız değil" demeyi tercih etme nedenimiz, yükseltici devrelerde güç kazancı varken de $[S]^T[S]^* = [U]$ şartının sağlanmamasıdır. Ama bu örnekteki devrede yükseltici olmamasından, direnç olmasından kayıplı olduğu zaten bellidir.)

b) $S_{21} = \left.\frac{V_2^-}{V_1^+}\right|_{\text{"}k\neq 1 \text{ için } V_k^+ = 0\text{" yani "tüm } k\neq 1 \text{ kapıları (burada sadece 2.kapı) uyumlandırılmışken"}}$

2. kapı uyumlandırılmış iken 1. kapıdan giren gücün, 2. kapıdaki uyumlu yüke ulaşırken zayıflaması

$$= -20\log|S_{21}| = -20\log 0{,}629 = 4{,}0 \text{ dB}$$

c) $S_{12} = \frac{V_1^-}{V_2^+}\Big|_{\text{"}k\neq 2 \text{ için } V_k^+=0\text{" yani "tüm } k\neq 2 \text{ kapıları (burada sadece 1.kapı) uyumlandırılmışken"}}$

1. kapı uyumlandırılmış iken 2. kapıdan giren gücün, 1. kapıdaki uyumlu yüke ulaşırken zayıflaması

$$= -20\log|S_{12}| = -20\log 0{,}629 = 4{,}0 \text{ dB}$$

Karşılıklı devrelerde $[S]$ simetrik olduğu için (b) şıkkındaki ile aynı zayıflatmayı bulduk.

Soruda sorulmamış ama,

2. kapı uyumlandırılmış iken 1. kapıdan giren gücün, yine 1. kapıdan yansıyarak çıkarken zayıflaması

$$= -20\log|S_{11}| = -20\log 0{,}419 = 7{,}6 \text{ dB}$$

1. kapı uyumlandırılmış iken 2. kapıdan giren gücün, yine 2. kapıdan yansıyarak çıkarken zayıflaması

$$= -20\log|S_{22}| = -20\log 0{,}319 = 9{,}9 \text{ dB}$$