

MİKRODALGA TEORİSİ FİNAL SORULARI

10 Ocak 2020 Süre:75 dakika

1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = (50 + j100) \Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükün hatta uyumlandırılması için kullanılması gereken çeyrek dalga boyu transformatörün karakteristik empedansı Z_0^{Tr} ne olmalıdır ve yükten hangi uzaklığa yerleştirilmelidir? En yakın çözümü alınız. Normal iletim hattı içindeki dalga boyu için λ sembolünü veya çeyrek dalga boyu transformatör içindeki dalga boyu için λ^{Tr} sembolünü kullanarak mesafeyi doğru sembolle belirtiniz. (25 puan)

Yardımcı formüller: $Z_0^{Tr} = \sqrt{Z_0 Z_{in}}$ $\Gamma_L = \frac{Z_L - 1}{Z_L + 1} = \rho \angle \theta$ $s = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$

2) Serbest ve boş uzayda ilerleyen bir düzlem dalganın elektrik alan vektörü:

$$\vec{E} = [(20 \text{ mV/m})\hat{x} + (30 \text{ mV/m})\hat{y}]e^{-jk_z z} e^{j\omega t}$$

ile verildiğine göre manyetik alan vektörü ile ortalama Poynting vektörlerini ayrı ayrı bulunuz. (25 puan)

Yardımcı formüller: $\vec{P}_{ort} = \frac{1}{2} \mathcal{R}e\{\vec{E} \times \vec{H}^*\}$ (ortalama). Serbest ve boş uzayda: $\eta = 377 \Omega$.

+ \hat{z} yönünde ilerleyen düzlem dalga için: $\eta = \frac{E_x}{H_y} = \frac{E_y}{-H_x}$

3) Serbest uzaydan gelen 900 MHz'lik bir dalga, $\epsilon = 4 \times 10^{-11} \text{ F/m}$, $\mu = 1,3 \times 10^{-6} \text{ H/m}$ ve öz iletkenliği $\sigma = 2,2 \text{ S/m}$ olan bir dokuya nüfuz ediyor. Doku içinde dalganın yüzeysel güç yoğunluğu (Poynting vektörü büyüklüğü) ne kadar mesafede yarıya düşer? (20 puan)

Yardımcı formül: Serbest uzayda r yönünde ilerleyen bir dalga için $e^{-jkr} = e^{-\alpha r} e^{-j\beta r}$ diye düşünülürse,

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu\epsilon\omega^2}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right)}$$

4) Sırasıyla x ve y hizasındaki kenarları $a = 0,06\text{m}$ ve $b = 0,04\text{m}$ olan, dikdörtgen kesitli içi boş bir dalga kılavuzu içinde, $k_z = 5 \text{ rad/m}$ sabitiyle ilerleyen 9 GHz frekansında bir dalganın alan bileşenlerinden bazıları şöyledir:

$$H_z(x, y, z, t) = H_{mn} \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} e^{j\omega t} \quad E_z(x, y, z, t) = 0$$

a) Dalganın faz hızını (v_p) ve grup hızını (v_g) bulunuz. (5+5 puan)

b) Dalga boyunu bulunuz. (5 puan)

c) Kılavuzda yayılan dalganın modunu harf ve indis rakamlarıyla belirtiniz. (5 puan)

d) Dalga kılavuzunun alt kesim frekansını Hz cinsinden bulunuz. (10 puan) (Soruda verilen, k_z ile frekans bu şıkka ait değildir.)

Yardımcı formüller: $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu\epsilon$. Boşluk için $\mu\epsilon = \mu_0\epsilon_0 = 1/c^2$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $v_p v_g = \frac{1}{\mu\epsilon}$

BAŞARILAR ...

MİKRODALGA TEORİSİ FİNAL CEVAP ANAHTARI

10 Ocak 2020

$$1) \bar{Z}_L = (50 + j100)/50 = 1 + j2$$

$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \frac{1 + j2 - 1}{1 + j2 + 1} = 0,707 \angle 45^\circ$ yani $\rho = 0,707$ ve $\theta = 45^\circ$. Sanal kısım artı olduğundan yatayı kesen ilk nokta Smith abağında sağdadır ve bu noktada $\bar{Z}_{in} = s = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} = \frac{1 + 0,707}{1 - 0,707} = 5,83$ bulunur. Yatayı sağda kesme mesafesi ise: $l = \frac{\theta}{720^\circ} \lambda = \frac{45^\circ}{720^\circ} \lambda = 0,0625 \lambda = l$ mesafesine çeyrek dalga boyu transformatör konulmalıdır.

Yatayı sağda kesen noktada $Z_{in} = sZ_0$ olduğundan $Z_0^{Tr} = Z_0 \sqrt{s} = 50 \Omega \sqrt{5,83} = 120,7 \Omega$ seçilmelidir.

$$2) H_y = \frac{E_x}{\eta} = \frac{20 \text{ mV/m}}{377 \Omega} = 53,1 \mu\text{A/m} \quad H_x = -\frac{E_y}{\eta} = -\frac{30 \text{ mV/m}}{377 \Omega} = -79,6 \mu\text{A/m}$$

Manyetik alan vektörü $\vec{H} = [-(79,6 \mu\text{A/m})\hat{x} + (53,1 \mu\text{A/m})\hat{y}]e^{-jk_z z} e^{j\omega t}$

Ortalama Poynting vektörü ise

$$\vec{P}_{ort} = \frac{1}{2} [E_x H_y^* - E_y H_x^*] \hat{z} e^{-jk_z z} e^{j\omega t} e^{+jk_z z} e^{-j\omega t}$$

$$\vec{P}_{ort} = \frac{1}{2} [(20 \text{ mV/m})(53,1 \mu\text{A/m})^* - (30 \text{ mV/m})(-79,6 \mu\text{A/m})^*] \hat{z}$$

$$\vec{P}_{ort} = (1,725 \mu\text{W/m}^2) \hat{z}$$

$$3) \alpha = \sqrt{\frac{(1,3 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-11})(2\pi \times 900 \times 10^6)^2}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{2,2}{(4 \times 10^{-11})(2\pi \times 900 \times 10^6)} \right)^2} - 1 \right)} \text{ m}^{-1}$$

$\alpha = 85,4 \text{ m}^{-1}$ bulunur. Poynting vektörü içinde $e^{-2\alpha r}$ çarpanı olduğu için, $e^{-2\alpha r} = 0,5 \Rightarrow 2\alpha r = -\ln 0,5 \rightarrow r = \frac{\ln 2}{2\alpha} = \frac{\ln 2}{2 \times 85,4} \text{ m} = 4,06 \text{ mm}$ mesafede yüzeysel güç yoğunluğu yarıya düşer.

$$4) \text{ a) } -k_z z + \omega t = \text{sabit} \Rightarrow -k_z \frac{dz}{dt} + \omega = 0 \rightarrow \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k_z} = \frac{2\pi \times 9 \times 10^9}{5} \text{ m/s} = 1,13 \times 10^{10} \text{ m/s} = v_p$$

$$v_p v_g = \frac{1}{\mu\epsilon} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} = c^2 \rightarrow v_g = \frac{c^2}{v_p} = \frac{(3 \times 10^8)^2}{1,13 \times 10^{10}} \text{ m/s} = 7,96 \times 10^6 \text{ m/s} = v_g$$

$$\text{ b) } \lambda = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi}{5} \text{ m} = 126 \text{ cm} = \lambda$$

$$\text{ c) } k_x = 2 \cdot \frac{\pi}{a} \rightarrow m = 2, \quad k_y = 1 \cdot \frac{\pi}{b} \rightarrow n = 1 \quad \text{Ayrıca } E_z = 0, H_z \neq 0 \text{ olduğu için mod: } TE_{21}$$

d) $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu\epsilon$ ifadesinde $k_z^2 > 0$ olmak zorundadır. Sınırdaki $k_z^2 = 0$ olarak alt kesim frekansı

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{\mu\epsilon}} \text{ (rad/s) bulunur. Boşluk için ve Hz cinsinden ise } f_c = \frac{c}{2\pi} \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \text{ olur.}$$

$$k_x = \frac{2\pi}{a} = \frac{2\pi}{0,06} \text{ rad/m} = 104,7 \text{ rad/m} \quad \text{ve} \quad k_y = \frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{0,04} \text{ rad/m} = 78,5 \text{ rad/m}$$

$$f_c = \frac{3 \times 10^8}{2\pi} \sqrt{(104,7)^2 + (78,5)^2} \text{ Hz} = 6,25 \text{ GHz alt kesim frekansdır.}$$