MİKRODALGA TEORİSİ FİNAL SINAVI SORULARI
6 Ocak 2023   Süre: 80 dakika
Her bir soru 25 puanlıktır. 4 soru cevaplamanız beklenmektedir.
Fazla cevaplarsanız sadece en iyi 4 cevabınız dikkate alınır.

1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = (105 + j150)\ \Omega$'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Uyumlandırma yapılmadan önce gerilim yansıma katsayısı mutlak değeri (ρ) ve duran dalga oranı (s) nedir **(5+3 puan)**? Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu **kısa devre** edilmiş **seri saplama** yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(17 puan)**

2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 60\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 90\Omega - j300\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen **yük konumunda**, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırasını **şekille** gösteriniz. Bağlanacak değerler ne olmalıdır? Ω veya S cinsinden de yazınız.

3) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = (30 - j30)\ \Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükün hatta uyumlandırılması için kullanılması gereken çeyrek dalga boyu transformatörün karakteristik empedansı Z_0^{Tr} ne olmalıdır ve yükten hangi uzaklığa yerleştirilmelidir? En yakın çözümü alınız. Hat kısımlarının şeklini çizerek hangi kısmın hangi karakteristik empedanslı olduğunu ve uzunlukların hangi ortamın dalga boyu cinsinden verildiğini şekil üzerinde belirtiniz.

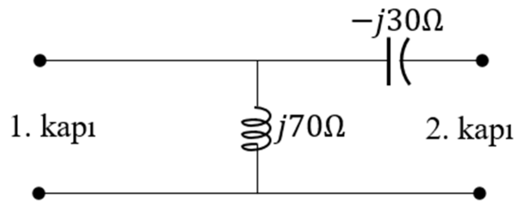
4) *x*, *y* ve *z* hizasında olan kenarları sırasıyla *a* = 8 cm, *b* = 4 cm ve *d* = 20 cm olan, dikdörtgen kesitli içi boş bir dalga kılavuzu rezonatörde manyetik alanın *z* bileşeni $H_z = 0$, ve diğer bileşenlerinin,

$x = 0$'dan $x = a$'ya kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 4,
$y = 0$'dan $y = b$'ye kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 2,
$z = 0$'dan $z = d$'ye kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 1

olduğuna göre bu rezonatörün modunu belirtiniz **(5 puan)**. Rezonans frekansını Hz cinsinden bulunuz. **(10 puan)**

b) Faz hızının ışığın boşluktaki hızından (*c*) daha büyük olabilmesinin, enerji veya bilginin *c*'den hızlı olduğu anlamına gelmediğini bir benzetim ile açıklayınız. **(10 puan)**

5) Yandaki şekilde verilen 2 kapılı devrenin her iki kapısındaki hattın karakteristik empedansı $Z_0 = 100\Omega$'dur. Saçılma matrisinin ikinci sütununu bulunuz. Bulduğunuz değerlerin, $|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1$ kayıpsızlık şartını sağladığını gösteriniz. **(11+11+3 puan)**



$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1}$ $\Gamma(l) = \frac{\bar{Z}_{in}(l) - 1}{\bar{Z}_{in}(l) + 1}$ $\bar{Z}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)}$ $\Gamma_L^I = -\Gamma_L = \frac{\bar{Y}_L - 1}{\bar{Y}_L + 1}$, $\Gamma_I(l) = -\Gamma(l) = \frac{\bar{Y}_{in}(l) - 1}{\bar{Y}_{in}(l) + 1}$

$\rho = |\Gamma_L| = |\Gamma_L^I|$ $s = \frac{1+\rho}{1-\rho}$ $\bar{Z}_{in}(l) = \frac{\bar{Z}_L + j\tan\beta l}{1 + j\bar{Z}_L \tan\beta l}$, $\bar{Y}_{in}(l) = \frac{\bar{Y}_L + j\tan\beta l}{1 + j\bar{Y}_L \tan\beta l}$, $\beta = 2\pi/\lambda$,

$Z_0^{Tr} = \sqrt{Z_0 Z_{in}}$ $f_{rez} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}$ (Hz) $c = 3 \times 10^8$ m/s

$\frac{1}{\bar{G}_L + j(\bar{B}_L + \bar{B}_a)} = 1 - j\bar{X}_a$ denkleminin çözümü: $\bar{B}_a = \mp\sqrt{\bar{G}_L - \bar{G}_L^2} - \bar{B}_L$, $\bar{X}_a = (\bar{B}_L + \bar{B}_a)/\bar{G}_L$

$\frac{1}{\bar{R}_L + j(\bar{X}_L + \bar{X}_b)} = 1 - j\bar{B}_b$ denkleminin çözümü: $\bar{X}_b = \mp\sqrt{\bar{R}_L - \bar{R}_L^2} - \bar{X}_L$, $\bar{B}_b = (\bar{X}_L + \bar{X}_b)/\bar{R}_L$

$S_{22} = \left.\frac{V_2^-}{V_2^+}\right|_{\text{1. kapı uyumlandırılmışken}}$ $S_{12} = \left.\frac{V_1^-}{V_2^+}\right|_{\text{1. kapı uyumlandırılmışken}}$ $[V^-] = [S][V^+]$ $V_n = V_n^+ + V_n^-$

BAŞARILAR …

MİKRODALGA TEORİSİ FİNAL CEVAP ANAHTARI

6 Ocak 2023

1) $\bar{Z}_L = (105 + j150)/75 = 1{,}4 + j2{,}0$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 8. slaytta $\bar{Z}_L$ bulunduktan sonra gösterildiği gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0{,}1960\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş empedansı $1 - j1{,}7238$ olup yeri $0{,}3184\lambda$ hizası, yani $0{,}3184\lambda - 0{,}1960\lambda = 0{,}1224\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $+j1{,}7238$ değerinde seri reaktans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için empedans abağında $+j1{,}7238$ yayının en dış nokta hizası $0{,}1663\lambda$ hizasıdır. Kısa devre sıfır empedans olduğu için empedans abağında yatay sol noktadan farkı yine $0{,}1663\lambda$ sonu kısa devre saplama boyudur. Yük çemberinin yatayı kestiği yerden aşağı düz inilerek de $\rho = 0{,}653$ ve $s = 4{,}76$ bulunur.

(Diğer çözümde kesişme $1 + j1{,}7238$ empedansında, yeri $0{,}1816\lambda - 0{,}1960\lambda = -0{,}0144\lambda \equiv 0{,}4856\lambda = l$. $-j1{,}7238$ değerinde seri reaktans, kısa devre saplama boyu $0{,}3337\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde admitansı aynı şekilde normalize ettikten sonra

$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \frac{1{,}4 + j2{,}0 - 1}{1{,}4 + j2{,}0 + 1} = 0{,}6529\angle 38{,}9° \quad \rightarrow \rho = 0{,}6529 \quad \rightarrow s = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0{,}6529}{1-0{,}6529} = 4{,}7614$

$\theta_1 = \cos^{-1}\rho = \cos^{-1}(0{,}6529) = 49{,}2°$ → üstte kesişen noktanın açısı

$\theta_2 = -\cos^{-1}\rho = -\cos^{-1}(0{,}6529) = -49{,}2°$ → altta kesişen noktanın açısı

(Formüllü çözümde gerekmiyor ama Smith abaklı çözümde bulduğunuz başlangıç yerini doğrulamak isteyenler için $\frac{180° - (38{,}9°)}{720°}\lambda = 0{,}1960\lambda \rightarrow l = 0$ hizasıdır.)

Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela $\theta_2 = -49{,}2°$ ile

seri saplama yeri $l = \frac{(38{,}9°) - (-49{,}2°)}{720°}\lambda = 0{,}1224\lambda$ bulunur.

$\Gamma(l) = \rho\angle\theta_2 = 0{,}6529\angle(-49{,}2°)$

$\bar{Z}_{in}(l) = \frac{1+\Gamma(l)}{1-\Gamma(l)} = \frac{1+(0{,}6529\angle(-49{,}2°))}{1-(0{,}6529\angle(-49{,}2°))} = 1 - j1{,}7238$ kesişme noktasındaki empedans. Yani seri saplanacak reaktans değeri $= +j1{,}7238$

Saplama boyu, sonu k.d. edilmiş reaktans olduğu için, $\frac{\tan^{-1}(1{,}7238)}{360°}\lambda = 0{,}1663\lambda$ bulunur.

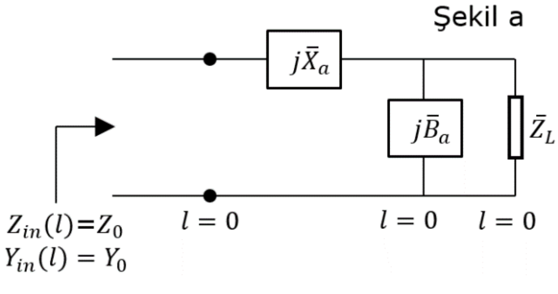
($\theta_1 = 49{,}2°$ çözümüyle de Smith abaklı çözümün sonunda parantez içinde belirtilen değerler bulunur.)

2) $\bar{Z}_L = (90 - j300)/60 = 1{,}5 - j5{,}0$. Reel kısım 1'den büyük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin içindedir. Önce $j\bar{B}_a$ süseptansı paralel bağlanacak, sonra $j\bar{X}_a$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 11. slayttaki gibi:

$\bar{Y}_L = 0{,}055 + j0{,}183$. Admitans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Y}_P = 0{,}055 + j0{,}228$. Yani $j\bar{B}_a = j(0{,}228 - 0{,}183) = j0{,}045$.

Bunun simetriği, empedans abağında $\bar{Z}_P = 1 - j4{,}14$. Yani $j\bar{X}_a = j4{,}14$.

Şekil a



Bunlar normalize değerlerdir. Siemens ve ohm cinsinden ise

$jB_a = j0{,}045 \times (1/Z_0) = j0{,}74$ mS ve

$jX_a = j4{,}14 \times Z_0 = j248{,}6\ \Omega$

Smith abağı kullanmayan yöntemde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra reel kısmı > 1 olduğu için

$$\bar{Y}_L = \frac{1}{\bar{Z}_L} = \frac{1}{1{,}5 - j5{,}0} = 0{,}055 \; + \; j0{,}183 = \bar{G}_L + j\bar{B}_L$$

$\frac{1}{\bar{G}_L + j(\bar{B}_L + \bar{B}_a)} = 1 - j\bar{X}_a$ denkleminin çözümü: $\bar{B}_a = \mp\sqrt{\bar{G}_L - \bar{G}_L^2} - \bar{B}_L$, $\bar{X}_a = (\bar{B}_L + \bar{B}_a)/\bar{G}_L$

$\bar{B}_a = \mp\sqrt{0{,}055 - 0{,}055^2} - 0{,}183 \;\; \rightarrow \;\; \bar{B}_a = 0{,}045$ ve $\bar{X}_a = (0{,}183 + 0{,}045)/0{,}055 = 4{,}14$ bulunur.

(Siemens ve ohm hesabı abaklı çözümde gösterildiği gibi)

Diğer çözüm ise $\bar{B}_a = -0{,}412$ ve $\bar{X}_a = (0{,}183 - 0{,}412)/0{,}055 = -4{,}14$.

$jB_a = -j0{,}412 \times (1/Z_0) = -j6{,}86$ mS ve $jX_a = -j4{,}14 \times Z_0 = -j248{,}6\ \Omega$

3) $\bar{Z}_L = (30 - j30)/50 = 0{,}6 - j0{,}6$

Smith abağında bu empedans çemberi çizilir. $l = 0$ hizası 0,393λ bulunur. Sanal kısım eksi olduğu için yatayı kestiği ilk nokta sol tarafta, yani yükten (0,5 – 0,393)λ = l = 0,107λ mesafede normalize giriş empedansı $\bar{Z}_{in} = 1/s = 0{,}406$ bulunur. (Smith çalışmaları sunum dosyasındaki 15. slayt benzeri)

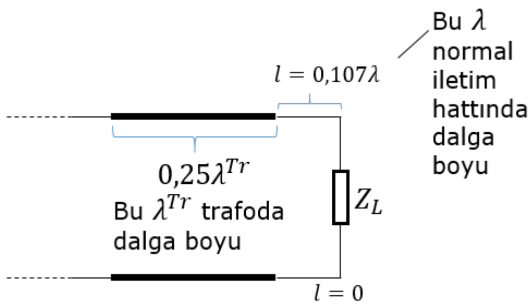
Smith abaksız çözümde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra $\Gamma_L = \frac{0{,}6 - j0{,}6 - 1}{0{,}6 - j0{,}6 + 1} = 0{,}422\angle(-103°)$ yani $\rho = 0{,}422$ ve $\theta = -103°$. Sanal kısım eksi olduğundan yatayı kesen ilk nokta soldadır ve bu noktada $\bar{Z}_{in} = \frac{1}{s} = \frac{1-\rho}{1+\rho} = \frac{1-0{,}422}{1+0{,}422} = 0{,}406$ bulunur. Yatayı solda kesme mesafesi ise:

$l = (0{,}25 + \frac{\theta}{720°})\lambda = (0{,}25 + \frac{-103°}{720°})\lambda = 0{,}107\lambda$

(En yakın mesafe 0 ile 0,25λ arasındadır.)

Yatayı solda kesen noktada $Z_{in} = Z_0 \cdot (1/s)$ olduğundan

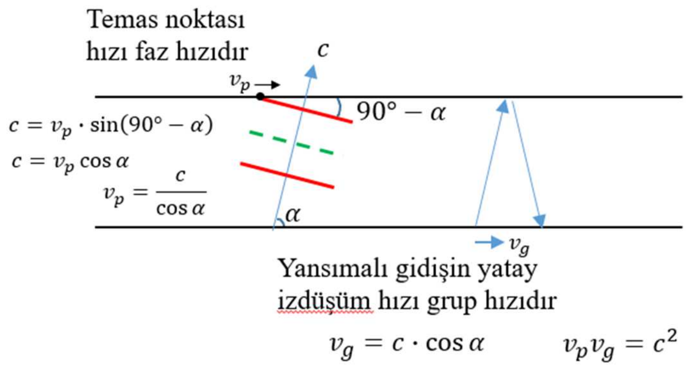
$Z_0^{Tr} = Z_0\sqrt{0{,}406} = 50\Omega \cdot \sqrt{0{,}406} = 31{,}9\ \Omega$ seçilmelidir.



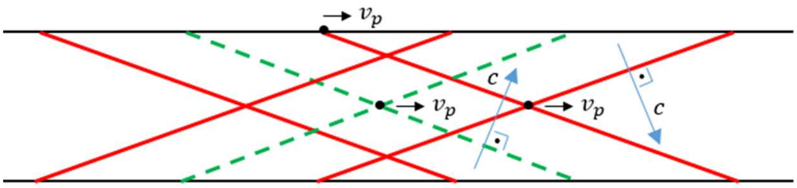
4) Verilere göre $m = 4$, $n = 2$, $l = 1$ olduğu anlaşılmaktadır. $H_z = 0$ olduğuna göre de bu bir TM modudur. Yani rezonatör TM421 modunda dalga taşımaktadır. Boşluk için $1/\sqrt{\mu\varepsilon} = c$ ve Hz cinsinden $f_{rez} = \omega_{rez}/(2\pi)$ yerine yazılırsa rezonans frekansı $f_{rez} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} = \frac{3\times10^8}{2}\sqrt{\left(\frac{4}{0{,}08}\right)^2 + \left(\frac{2}{0{,}04}\right)^2 + \left(\frac{1}{0{,}20}\right)^2}$ Hz

$f_{rez} = 10{,}63$ GHz bulunur.

b) Dalga kılavuzu duvarlarından yansıyarak ilerleyen dalga bileşenlerinin duvarlar arası hızı c ise o dalga bileşeninin herhangi bir fazının, mesela maksimumunun (şekilde kırmızı) duvara çarptığı noktanın yatay koordinat değişim hızı faz hızıdır. Bunu, denizdeki bir dalganın kıyıda çarptığı yerde oluşan ve ilerliyormuş gibi görünen köpüklerin hızına benzetebiliriz.



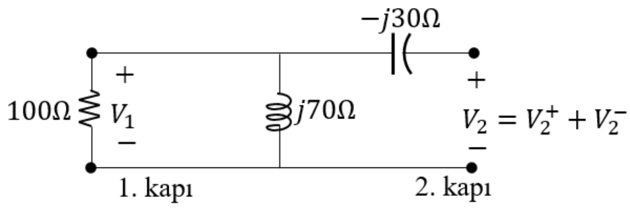
Gerçekte köpükler ilerlememekte, ilerideki dalga suyunun ilerideki kıyıya çarpmasıyla yeni köpükler oluştuğu için dalganın deniz yüzeyinde gerçek ilerleme hızından çok daha yüksek hızda köpükler ilerliyormuş gibi görünmektedir. Bu yüzden dalga kaynağında yapılacak bir değişiklik bilgisini dalganın açık ortamdaki hızından daha hızlı gönderemeyiz, hatta bu örnekte o hızın ancak $\cos\alpha$ katıyla kıyı boyunca gönderebiliriz.



Dalga kılavuzlarında yansıyarak ilerleyen dalgaların bileşkeleri gerçek maksimum (bileşen maksimumlarının, mesela şekilde kırmızıların, kesişimi) ve gerçek minimum (bileşen minimumlarının, mesela kesikli yeşillerin, kesişimi) fazı belirlemektedir ve bu da faz hızıyla ilerlemektedir. Dalga duvarlarında ise bileşke dalga, sınır şartlarına uyar. Dalganın $v_g = c \cdot \cos\alpha$ hızıyla henüz ulaşmadığı yerde ise böyle maksimum ve minimumlar, yani bilgi olamaz.

(Bu konu, bu dersteki diğer her şeyi unutsanız bile aklınızda kalması gereken bir konu olduğu için burada ayrıntılı anlatılmıştır. Sınavda öğrencinin deniz dalgalarının kıyı boyunca köpük hızı örneğini vermesi yeterliydi. Veya bir tırtılın kuyruğundan başına doğru dalga atarak ilerlemesinde faz hızının bu dalganın ilerleme hızına, grup hızının da tırtılın bedenen ilerleme hızına benzediğini, tırtılın bedenen ulaşmadığı yerlere kendisinden hızlı o dalganın ulaşamayacağını söylemek de sınavda yeterli ve geçerli bir benzetimdir.)

5) Saçılma matrisinin ikinci sütun değerlerini hesaplamak için 1. kapının uyumlu yükle ($Z_0 = 100\ \Omega$) sonlandırmamız gerekmektedir. Bu durumda $V_1^+ = 0$ yani $V_1 = V_1^-$ olur. Soldaki paralel direnç ve endüktörün eş değeri



$$(100 \parallel j70)\Omega = \frac{100 \times j70}{100 + j70}\Omega = (32{,}89 + j46{,}98)\Omega$$

2. kapının giriş empedansı ise $Z_2^{\text{in}} = (32{,}89 + j46{,}98 - j30)\Omega = (32{,}89 + j16{,}98)\Omega$

$$\Gamma_2^{\text{in}} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = S_{22} = \frac{\left(Z_2^{\text{in}}/Z_0\right) - 1}{\left(Z_2^{\text{in}}/Z_0\right) + 1} = \frac{Z_2^{\text{in}} - Z_0}{Z_2^{\text{in}} + Z_0} = \frac{32{,}89 + j16{,}98 - 100}{32{,}89 + j16{,}98 + 100}$$

$$= \boxed{S_{22} = -0{,}481 + j0{,}189 = 0{,}517\angle 158{,}5°}$$

$$V_1 = V_1^- = \frac{(100 \parallel j70)\Omega}{Z_2^{\text{in}}} V_2 = \frac{32{,}89 + j46{,}98}{32{,}89 - j16{,}98} V_2 = (1{,}372 + j0{,}720)V_2$$

Burada $V_2 = V_2^+ + V_2^-$ ve $V_2^- = \Gamma_2^{\text{in}} V_2^+$.

$$V_1^- = (1{,}372 + j0{,}720)(V_2^+ + V_2^-) = (1{,}372 + j0{,}720)\left(1 + \Gamma_2^{\text{in}}\right)V_2^+$$

$$V_1^- = (1{,}372 + j0{,}720)(1 - 0{,}481 + j0{,}189)V_2^+$$

$$\frac{V_1^-}{V_2^+} = S_{12} = (1{,}372 + j0{,}720)(1 - 0{,}481 + j0{,}189) = \boxed{0{,}576 + j0{,}633 = 0{,}856\angle(47{,}7°) = S_{12}}$$

Kayıpsızlık için gereken şartlardan sorulana bakalım:

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 0{,}856^2 + 0{,}517^2 = 1\ \checkmark$$

Şart sağlanmaktadır. Zaten devrenin doğrusal ve dirençsiz olmasından da kayıpsız olduğu anlaşılabilir.