MİKRODALGA TEORİSİ FİNAL SINAVI SORULARI
13 Ocak 2022 Süre: 80 dakika
Her bir soru 25 puanlıktır. 4 soru cevaplamanız beklenmektedir.
Fazla cevaplarsanız sadece en iyi 4 cevabınız dikkate alınır.

1) Karakteristik admitansı $Y_0 = 0{,}02$ S olan bir iletim hattı, $Y_L = (0{,}003 - j0{,}008)$ S'lik bir yükle sonlandırılmıştır. Uyumlandırma yapılmadan önce gerilim yansıma katsayısı mutlak değeri (ρ) ve duran dalga oranı (s) nedir **(5+3 puan)**? Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu **kısa devre** edilmiş **paralel saplama** yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(17 puan)**

2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 45\Omega - j60\Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen **yük konumunda**, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırasını **şekille** gösteriniz. Bağlanacak değerler ne olmalıdır? Ω veya S cinsinden de yazınız.

3) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\ \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = (30 + j30)\ \Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükün hatta uyumlandırılması için kullanılması gereken çeyrek dalga boyu transformatörün karakteristik empedansı Z_0^{Tr} ne olmalıdır ve yükten hangi uzaklığa yerleştirilmelidir? En yakın çözümü alınız. Hat kısımlarının şeklini çizerek hangi kısmın hangi karakteristik empedanslı olduğunu ve uzunlukların hangi ortamın dalga boyu cinsinden verildiğini şekil üzerinde belirtiniz.

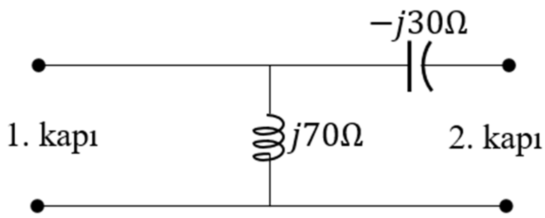
4) *x*, *y* ve *z* hizasında olan kenarları sırasıyla *a* = 9 cm, *b* = 7 cm ve *d* = 24 cm olan, dikdörtgen kesitli içi boş bir dalga kılavuzu rezonatörde manyetik alanın *z* bileşeni $H_z = 0$, ve diğer bileşenlerinin,

$x = 0$'dan $x = a$'ya kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 3,
$y = 0$'dan $y = b$'ye kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 2,
$z = 0$'dan $z = d$'ye kadar maksimum ve minimum toplam sayısı 4

olduğuna göre bu rezonatörün modunu belirtiniz **(5 puan)**. Rezonans frekansını Hz cinsinden bulunuz. **(10 puan)**

b) Faz hızının ışığın boşluktaki hızından (*c*) daha büyük olabilmesinin, enerji veya bilginin *c*'den hızlı olduğu anlamına gelmediğini bir benzetim ile açıklayınız. **(10 puan)**

5) Yandaki şekilde verilen 2 kapılı devrenin her iki kapısındaki hattın karakteristik empedansı $Z_0 = 60\Omega$'dur. Saçılma matrisinin ikinci sütununu bulunuz. Bulduğunuz değerler, kayıpsızlık için $|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1$ şartını sağlıyor mu? **(11+11+3 puan)**



$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1}$ $\quad \Gamma(l) = \frac{\bar{Z}_{in}(l) - 1}{\bar{Z}_{in}(l) + 1}$ $\quad \bar{Z}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)}$ $\quad \Gamma_L^I = -\Gamma_L = \frac{\bar{Y}_L - 1}{\bar{Y}_L + 1}$, $\quad \Gamma_I(l) = -\Gamma(l) = \frac{\bar{Y}_{in}(l) - 1}{\bar{Y}_{in}(l) + 1}$

$\rho = |\Gamma_L| = |\Gamma_L^I|$ $\quad s = \frac{1+\rho}{1-\rho}$ $\quad \bar{Z}_{in}(l) = \frac{\bar{Z}_L + j\tan\beta l}{1 + j\bar{Z}_L \tan\beta l}$, $\bar{Y}_{in}(l) = \frac{\bar{Y}_L + j\tan\beta l}{1 + j\bar{Y}_L \tan\beta l}$, $\beta = 2\pi/\lambda$,

$Z_0^{Tr} = \sqrt{Z_0 Z_{in}}$ $\quad f_{rez} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}$ (rad/s) $\quad c = 3 \times 10^8$m/s

$\frac{1}{\bar{G}_L + j(\bar{B}_L + \bar{B}_a)} = 1 - j\bar{X}_a$ denkleminin çözümü: $\bar{B}_a = \mp\sqrt{\bar{G}_L - \bar{G}_L^2} - \bar{B}_L$, $\bar{X}_a = (\bar{B}_L + \bar{B}_a)/\bar{G}_L$

$\frac{1}{\bar{R}_L + j(\bar{X}_L + \bar{X}_b)} = 1 - j\bar{B}_b$ denkleminin çözümü: $\bar{X}_b = \mp\sqrt{\bar{R}_L - \bar{R}_L^2} - \bar{X}_L$, $\bar{B}_b = (\bar{X}_L + \bar{X}_b)/\bar{R}_L$

$S_{22} = \left.\frac{V_2^-}{V_2^+}\right|_{\text{1. kapı uyumlandırılmışken}}$ $\quad S_{12} = \left.\frac{V_1^-}{V_2^+}\right|_{\text{1. kapı uyumlandırılmışken}}$ $\quad [V^-] = [S][V^+]$ $\quad V_n = V_n^+ + V_n^-$

BAŞARILAR …

MİKRODALGA TEORİSİ FİNAL CEVAP ANAHTARI

13 Ocak 2022

1) $\bar{Y}_L = (0{,}003 - j0{,}008)/0{,}02 = 0{,}15 - j0{,}4$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 7. slaytta $\bar{Y}_L$ bulunduktan sonra gösterildiği gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0{,}4384\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş admitansı $1 + j2{,}426$ olup yeri $0{,}1951\lambda$ hizası, yani $0{,}1951\lambda - 0{,}4384\lambda = -0{,}2432\lambda \equiv 0{,}2568\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $-j2{,}426$ değerinde paralel süseptans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için admitans abağında $-j2{,}426$ yayının en dış nokta hizası $0{,}3122\lambda$ hizasıdır. Kısa devre sonsuz admitans olduğu için admitans abağında yatay sağ noktadan farkı $0{,}3122\lambda - 0{,}25\lambda = 0{,}0622\lambda$ sonu kısa devre saplama boyudur. Yük çemberinin yatayı kestiği yerden aşağı düz inilerek de $\rho = 0{,}77$ ve $s = 7{,}75$ bulunur.

(Diğer çözümde kesişme $1 - j2{,}426$ admitansında, yeri $0{,}3049\lambda - 0{,}4384\lambda = -0{,}1335\lambda \equiv 0{,}3665\lambda = l$. $j2{,}426$ değerinde paralel süseptans, kısa devre saplama boyu $0{,}4378\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde admitansı aynı şekilde normalize ettikten sonra

$\Gamma_L^I = \frac{\bar{Y}_L - 1}{\bar{Y}_L + 1} = \frac{0{,}15 - j0{,}4 - 1}{0{,}15 - j0{,}4 + 1} = 0{,}7715\angle(-135{,}6°) \quad \rightarrow \rho = 0{,}7715 \quad \rightarrow s = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0{,}7715}{1-0{,}7715} = 7{,}754$

$\theta_1 = \cos^{-1}\rho = \cos^{-1}(0{,}7715) = 39{,}5° \rightarrow$ üstte kesişen noktanın açısı

$\theta_2 = -\cos^{-1}\rho = -\cos^{-1}(0{,}7715) = -39{,}5° \rightarrow$ altta kesişen noktanın açısı

(Formüllü çözümde gerekmiyor ama Smith abaklı çözümde bulduğunuz başlangıç yerini doğrulamak isteyenler için $\frac{180° - (-135{,}6°)}{720°}\lambda = 0{,}4384\lambda \rightarrow l = 0$ hizasıdır.)

Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela $\theta_1 = 39{,}5°$ ile

paralel saplama yeri $l = \frac{(-135{,}6°) - (39{,}5°)}{720°}\lambda = -0{,}2432\lambda \equiv 0{,}2568\lambda$ bulunur.

$\Gamma_I(l) = \rho\angle\theta_1 = 0{,}7715\angle 39{,}5°$

$\bar{Y}_{in}(l) = \frac{1+\Gamma_I(l)}{1-\Gamma_I(l)} = \frac{1+(0{,}7715\angle 39{,}5°)}{1-(0{,}7715\angle 39{,}5°)} = 1 + j2{,}4256$ kesişme noktasındaki admitans. Yani paralel saplanacak süseptans değeri $= -j2{,}4256$

Saplama boyu, sonu k.d. edilmiş süseptans olduğu için, $\frac{\tan^{-1}(-1/(-2{,}4256))}{360°}\lambda = 0{,}0622\lambda$ bulunur.

($\theta_2 = -39{,}5°$ çözümüyle de yukarıda parantez içinde belirtilen değerler bulunur.)

2) $\bar{Z}_L = (45 - j60)/75 = 0{,}6 - j0{,}8$. Reel kısım 1'den küçük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin dışındadır. Önce $j\bar{X}_b$ reaktansı seri bağlanacak, sonra $j\bar{B}_b$ süseptansı bu seri yapıya paralel bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 12. slayttaki gibi:

Empedans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Z}_S = 0{,}60 + j0{,}49$. Yani $j\bar{X}_{b1} = j(0{,}49 - (-0{,}8)) = j1{,}29$.

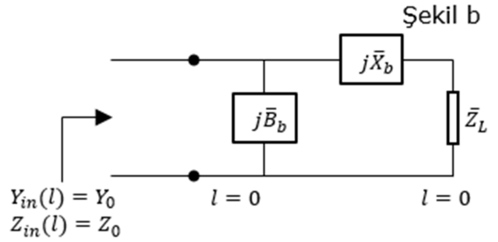
Bunun simetriği, admitans abağında $\bar{Y}_{S1} = 1 - j0{,}816$. Yani $j\bar{B}_{b1} = j0{,}816$.

Bunlar normalize değerlerdir. Ohm ve siemens cinsinden ise

$jX_{b1} = j1{,}29 \times Z_0 = j96{,}7\ \Omega$ ve

$jB_{b1} = j0{,}816 \times (1/Z_0) = 0{,}0109$ S

Şekil b



Smith abağı kullanmayan yöntemde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra reel kısmı < 1 olduğu için

$$\bar{Z}_L = \bar{R}_L + j\bar{X}_L = 0{,}6 - j0{,}8$$

$\frac{1}{\bar{R}_L + j(\bar{X}_L + \bar{X}_b)} = 1 - j\bar{B}_b$ denkleminin çözümü: $\bar{X}_b = \mp\sqrt{\bar{R}_L - \bar{R}_L^2} - \bar{X}_L$, $\bar{B}_b = (\bar{X}_L + \bar{X}_b)/\bar{R}_L$

$\bar{X}_b = \mp\sqrt{0{,}6 - 0{,}6^2} - (-0{,}8) \rightarrow \bar{X}_{b1} = 1{,}29$ ve $\bar{B}_{b1} = (-0{,}8 + 1{,}29)/0{,}6 = 0{,}816$ bulunur.

Ohm ve siemens cinsinden: $X_{b1} = 1{,}29 \times Z_0 = 96{,}7\ \Omega$ ve $B_{b1} = 0{,}816 \times (1/Z_0) = 0{,}0109$ S

(Diğer çözüm ise $\bar{X}_{b2} = 0{,}31$ ve $\bar{B}_{b2} = (-0{,}8 + 0{,}31)/0{,}6 = -0{,}816$ bulunur.

$X_{b2} = 0{,}31 \times Z_0 = 23{,}3\ \Omega$ ve $B_{b2} = -0{,}816 \times (1/Z_0) = -0{,}0109$ S)

3) $\bar{Z}_L = (30 + j30)/75 = 0{,}4 + j0{,}4$

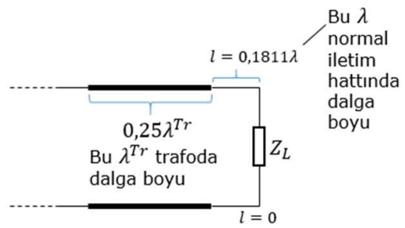
Smith abağında bu empedans çemberi çizilir. $l = 0$ hizası 0,0689 λ bulunur. Sanal kısım artı olduğu için yatayı kestiği ilk nokta sağ tarafta, yani yükten (0,25 – 0, 0689)λ = l = 0,1811λ mesafede normalize giriş empedansı $\bar{Z}_{in} = s = 2{,}96$ bulunur. (Smith çalışmaları sunum dosyasındaki 14. slayt benzeri)

Smith abaksız çözümde empedansı aynı şekilde normalize ettikten sonra $\Gamma_L = \frac{0{,}4 + j0{,}4 - 1}{0{,}4 + j0{,}4 + 1} = 0{,}4953\angle 130{,}4°$ yani $\rho = 0{,}4953$ ve $\theta = 130{,}4°$. Sanal kısım artı olduğundan yatayı kesen ilk nokta sağdadır ve bu noktada $\bar{Z}_{in} = s = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0{,}4953}{1-0{,}4953} = 2{,}96$ bulunur. Yatayı sağda kesme mesafesi ise: $l = \frac{\theta}{720°}\lambda = \frac{130{,}4°}{720°}\lambda = 0{,}1811\lambda$

(En yakın mesafe 0 ile 0,25λ arasındadır.)

Yatayı sağda kesen noktada $Z_{in} = sZ_0$ olduğundan

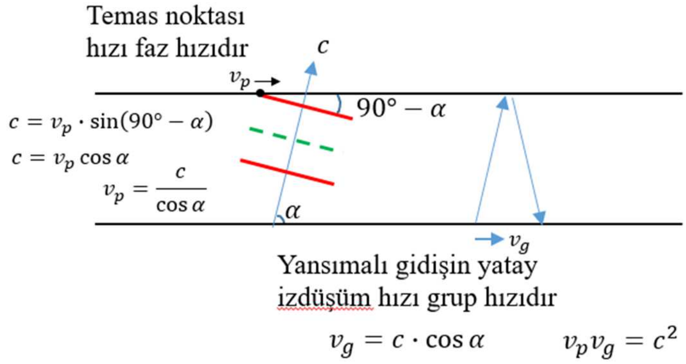
$Z_0^{Tr} = Z_0\sqrt{s} = 75\Omega\sqrt{2{,}96} = 129{,}1\ \Omega$ seçilmelidir.



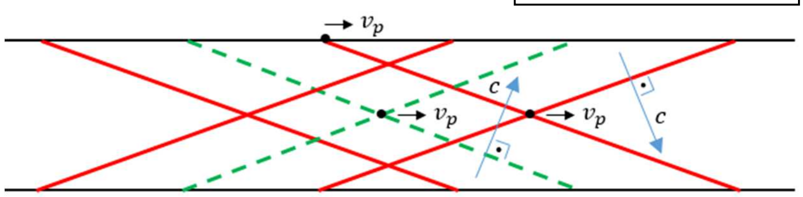
4) Verilere göre $m = 3$, $n = 2$, $l = 4$ olduğu anlaşılmaktadır. $H_z = 0$ olduğuna göre de bu bir TM modudur. Yani rezonatör TM324 modunda dalga taşımaktadır. Boşluk için $1/\sqrt{\mu\varepsilon} = c$ ve Hz cinsinden $f_{rez} = \omega_{rez}/(2\pi)$ yerine yazılırsa rezonans frekansı $f_{rez} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} = \frac{3\times10^8}{2}\sqrt{\left(\frac{3}{0{,}09}\right)^2 + \left(\frac{2}{0{,}07}\right)^2 + \left(\frac{4}{0{,}24}\right)^2}$ Hz

$f_{rez} = 7{,}04$ GHz bulunur.

b) Dalga kılavuzu duvarlarından yansıyarak ilerleyen dalga bileşenlerinin duvarlar arası hızı c ise o dalga bileşeninin herhangi bir fazının, mesela maksimumunun (şekilde kırmızı) duvara çarptığı noktanın yatay koordinat değişim hızı faz hızıdır. Bunu, denizdeki bir dalganın kıyıda çarptığı yerde oluşan ve ilerliyormuş gibi görünen köpüklerin hızına benzetebiliriz.



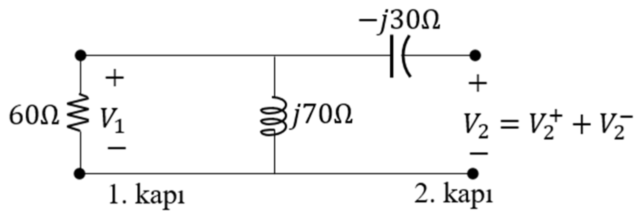
Gerçekte köpükler ilerlememekte, ilerideki dalga suyunun ilerideki kıyıya çarpmasıyla yeni köpükler oluştuğu için dalganın deniz yüzeyinde gerçek ilerleme hızından çok daha yüksek hızda köpükler ilerliyormuş gibi görünmektedir. Bu yüzden dalga kaynağında yapılacak bir değişiklik bilgisini dalganın açık ortamdaki hızından daha hızlı gönderemeyiz, hatta bu örnekte o hızın ancak $\cos\alpha$ katıyla kıyı boyunca gönderebiliriz.



Dalga kılavuzlarında yansıyarak ilerleyen dalgaların bileşkeleri gerçek maksimum (bileşen maksimumlarının, mesela şekilde kırmızıların, kesişimi) ve gerçek minimum (bileşen minimumlarının, mesela kesikli yeşillerin, kesişimi) fazı belirlemektedir ve bu da faz hızıyla ilerlemektedir. Dalga duvarlarında ise bileşke dalga, sınır şartlarına uyar. Dalganın $v_g = c \cdot \cos\alpha$ hızıyla henüz ulaşmadığı yerde ise böyle maksimum ve minimumlar, yani bilgi olamaz.

(Bu konu, bu dersteki diğer her şeyi unutsanız bile aklınızda kalması gereken bir konu olduğu için burada ayrıntılı anlatılmıştır. Sınavda öğrencinin deniz dalgalarının kıyı boyunca köpük hızı örneğini vermesi yeterliydi. Veya bir tırtılın kuyruğundan başına doğru dalga atarak ilerlemesinde faz hızının bu dalganın ilerleme hızına, grup hızının da tırtılın bedenen ilerleme hızına benzediğini, tırtılın bedenen ulaşmadığı yerlere kendisinden hızlı o dalganın ulaşamayacağını söylemek de sınavda yeterli ve geçerli bir benzetimdir.)

5) Saçılma matrisinin ikinci sütun değerlerini hesaplamak için 1. kapının uyumlu yükle ($Z_0 = 60\ \Omega$) sonlandırmamız gerekmektedir. Bu durumda $V_1^+ = 0$ yani $V_1 = V_1^-$ olur. Soldaki paralel direnç ve endüktörün eş değeri



$$(60 \parallel j70)\Omega = \frac{60 \times j70}{60 + j70}\Omega = (34{,}59 + j29{,}65)\Omega$$

2. kapının giriş empedansı ise $Z_2^{\text{in}} = (34{,}59 + j29{,}65 - j30)\Omega = (34{,}59 - j0{,}35)\Omega$

$$\Gamma_2^{\text{in}} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = S_{22} = \frac{\left(Z_2^{\text{in}}/Z_0\right) - 1}{\left(Z_2^{\text{in}}/Z_0\right) + 1} = \frac{Z_2^{\text{in}} - Z_0}{Z_2^{\text{in}} + Z_0} = \frac{34{,}59 - j0{,}35 - 60}{34{,}59 - j0{,}35 + 60}$$

$$= \boxed{S_{22} = -0{,}269 - j0{,}005 = 0{,}269\angle(-179{,}0°)}$$

$$V_1 = V_1^- = \frac{(60 \parallel j70)\Omega}{Z_2^{\text{in}}} V_2 = \frac{34{,}59 + j29{,}65}{34{,}59 - j0{,}35} V_2 = (0{,}991 + j0{,}867)V_2$$

Burada $V_2 = V_2^+ + V_2^-$ ve $V_2^- = \Gamma_2^{\text{in}} V_2^+$.

$$V_1^- = (0{,}991 + j0{,}867)(V_2^+ + V_2^-) = (0{,}991 + j0{,}867)\left(1 + \Gamma_2^{\text{in}}\right)V_2^+$$

$$V_1^- = (0{,}991 + j0{,}867)(1 - 0{,}269 - j0{,}005)V_2^+$$

$$\frac{V_1^-}{V_2^+} = S_{12} = (0{,}991 + j0{,}867)(1 - 0{,}269 - j0{,}005) = \boxed{0{,}729 + j0{,}630 = 0{,}963\angle(40{,}8°) = S_{12}}$$

Kayıpsızlık için gereken şartlardan sorulana bakalım:

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 0{,}963^2 + 0{,}269^2 = 1\ ✓$$

Şart sağlanmaktadır. Zaten devrenin doğrusal ve dirençsiz olmasından da kayıpsız olduğu anlaşılabilir.