

MİKRODALGA TEORİSİ BÜTÜNLEME SORULARI

21 Ocak 2020 Süre:75 dakika

1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = (45 - j60) \Omega$ 'luk bir yükle sonlandırılmıştır. Yükün hatta uyumlandırılması için kullanılması gereken çeyrek dalga boyu transformatörün karakteristik empedansı Z_0^{Tr} ne olmalıdır ve yükten hangi uzaklığa yerleştirilmelidir? En yakın çözümü alınız. Normal iletim hattı içindeki dalga boyu için λ sembolünü veya çeyrek dalga boyu transformatör içindeki dalga boyu için λ^{Tr} sembolünü kullanarak mesafeyi doğru sembolle belirtiniz. (25 puan)

Yardımcı formüller: $Z_0^{Tr} = \sqrt{Z_0 Z_{in}}$ $\Gamma_L = \frac{Z_L - 1}{Z_L + 1} = \rho \angle \theta$ $s = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$

2) Serbest ve boş uzayda ilerleyen bir düzlem dalganın elektrik alan vektörü:

$$\vec{E} = [(28 \text{ mV/m})\hat{x} - (37 \text{ mV/m})\hat{y}]e^{-jk_z z} e^{j\omega t}$$

ile verildiğine göre manyetik alan vektörü ile **anlık** Poynting vektörlerini ayrı ayrı bulunuz. (25 puan)

Yardımcı formüller: $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ (anlık). Serbest ve boş uzayda: $\eta = 377 \Omega$.

+ \hat{z} yönünde ilerleyen düzlem dalga için: $\eta = \frac{E_x}{H_y} = \frac{E_y}{-H_x}$

3) Serbest uzaydan gelen 1,5 GHz'lik bir dalga, $\epsilon = 5 \times 10^{-11} \text{ F/m}$, $\mu = 1,3 \times 10^{-6} \text{ H/m}$ ve öz iletkenliği $\sigma = 3,2 \text{ S/m}$ olan bir malzemeye giriyor. Bu malzeme içinde dalganın yüzeysel güç yoğunluğu (Poynting vektörü büyüklüğü) ne kadar mesafede yarıya düşer? (20 puan)

Yardımcı formül: Serbest uzayda r yönünde ilerleyen bir dalga için $e^{-jkr} = e^{-\alpha r} e^{-j\beta r}$ diye düşünülürse,

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu\epsilon\omega^2}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right)}$$

4) Sırasıyla x ve y hizasındaki kenarları $a = 0,08\text{m}$ ve $b = 0,04\text{m}$ olan, dikdörtgen kesitli içi boş bir dalga kılavuzu içinde, $k_z = 62,8 \text{ rad/m}$ sabitiyle ilerleyen 12 GHz frekansında bir dalganın alan bileşenlerinden bazıları şöyledir:

$$E_z(x, y, z, t) = E_{mn} \sin\left(\frac{3\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} e^{j\omega t} \quad H_z(x, y, z, t) = 0$$

a) Dalganın faz hızını (v_p) ve grup hızını (v_g) bulunuz. (5+5 puan)

b) Dalga boyunu bulunuz. (5 puan)

c) Kılavuzda yayılan dalganın modunu harf ve indis rakamlarıyla belirtiniz. (5 puan)

d) Dalga kılavuzunun alt kesim frekansını Hz cinsinden bulunuz. (10 puan) (Soruda verilen, k_z ile frekans bu şıkka ait değildir.)

Yardımcı formüller: $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu \epsilon$. Boşluk için $\mu \epsilon = \mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $v_p v_g = \frac{1}{\mu \epsilon}$

BAŞARILAR ...

MİKRODALGA TEORİSİ BÜTÜNLEME CEVAP ANAHTARI

22 Ocak 2020

$$1) \bar{Z}_L = (45 - j60)/75 = 0,6 - j0,8$$

$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \frac{0,6 - j0,8 - 1}{0,6 - j0,8 + 1} = 0,5 \angle -90^\circ$ yani $\rho = 0,5$ ve $\theta = -90^\circ$. Sanal kısım eksi olduğundan yatayı kesen ilk nokta Smith abağında soldadır ve bu noktada $\bar{Z}_{in} = \frac{1}{s} = \frac{1 - \rho}{1 + \rho} = \frac{1 - 0,5}{1 + 0,5} = 0,333$ bulunur (Dikkat! s değil $1/s$).

Yatayı solda kesme mesafesi ise: $l = (0,25 + \frac{\theta}{720^\circ})\lambda = (0,25 + \frac{-90^\circ}{720^\circ})\lambda = 0,125\lambda = l$ mesafesine çeyrek dalga boyu transformatör konulmalıdır.

Yatayı solda kesen noktada $Z_{in} = Z_0 \cdot (1/s)$ olduğundan $Z_0^{Tr} = Z_0 \sqrt{1/s} = 75\Omega \sqrt{0,333} = 43,3 \Omega$ seçilmelidir.

$$2) H_y = \frac{E_x}{\eta} = \frac{28 \text{ mV/m}}{377\Omega} = 74,3 \mu\text{A/m} \quad H_x = -\frac{E_y}{\eta} = -\frac{-37 \text{ mV/m}}{377\Omega} = 98,1 \mu\text{A/m}$$

Manyetik alan vektörü $\vec{H} = [(98,1 \mu\text{A/m})\hat{x} + (74,3 \mu\text{A/m})\hat{y}]e^{-jk_z z} e^{j\omega t}$

Anlık Poynting vektörü ise $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ sadece \hat{z} yönünde bulunur (hem \vec{E} hem \vec{H} , xy düzleminde olduğu için):

$$\vec{P} = [E_x H_y - E_y H_x] \hat{z} e^{-jk_z z} e^{j\omega t} e^{-jk_z z} e^{j\omega t}$$

$$\vec{P} = [(28 \text{ mV/m})(74,3 \mu\text{A/m}) - (-37 \text{ mV/m})(98,1 \mu\text{A/m})] \hat{z} e^{-j2k_z z} e^{j2\omega t}$$

$$\vec{P} = (5,71 \mu\text{W/m}^2) \hat{z} e^{-j2k_z z} e^{j2\omega t}$$

$$3) \alpha = \sqrt{\frac{(1,3 \times 10^{-6})(5 \times 10^{-11})(2\pi \times 1,5 \times 10^9)^2}{2}} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{3,2}{(5 \times 10^{-11})(2\pi \times 1,5 \times 10^9)} \right)^2} - 1 \right) \text{ m}^{-1}$$

$\alpha = 130,1 \text{ m}^{-1}$ bulunur. Poynting vektörü içinde $e^{-2\alpha r}$ çarpanı olduğu için, $e^{-2\alpha r} = 0,5 \Rightarrow 2\alpha r = -\ln 0,5 \rightarrow r = \frac{\ln 2}{2\alpha} = \frac{\ln 2}{2 \times 130,1} \text{ m} = 2,7 \text{ mm}$ mesafede yüzeysel güç yoğunluğu yarıya düşer.

$$4) \text{ a) } -k_z z + \omega t = \text{sabit} \Rightarrow -k_z \frac{dz}{dt} + \omega = 0 \rightarrow \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k_z} = \frac{2\pi \times 12 \times 10^9}{62,8} \text{ m/s} = 1,2 \times 10^9 \text{ m/s} = v_p$$

$$v_p v_g = \frac{1}{\mu\epsilon} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} = c^2 \rightarrow v_g = \frac{c^2}{v_p} = \frac{(3 \times 10^8)^2}{1,2 \times 10^9} \text{ m/s} = 7,5 \times 10^7 \text{ m/s} = v_g$$

$$\text{ b) } \lambda = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi}{62,8} \text{ m} = 10,0 \text{ cm} = \lambda$$

$$\text{ c) } k_x = 3 \cdot \frac{\pi}{a} \rightarrow m = 3, \quad k_y = 2 \cdot \frac{\pi}{b} \rightarrow n = 2 \quad \text{Ayrıca } H_z = 0, E_z \neq 0 \text{ olduğu için mod: } TM_{32}$$

d) $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu\epsilon$ ifadesinde $k_z^2 > 0$ olmak zorundadır. Sınırdaki $k_z^2 = 0$ olarak alt kesim frekansı

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{\mu\epsilon}} \text{ (rad/s) bulunur. Boşluk için ve Hz cinsinden ise } f_c = \frac{c}{2\pi} \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \text{ olur.}$$

$$k_x = \frac{3\pi}{a} = \frac{3\pi}{0,08} \text{ rad/m} = 117,8 \text{ rad/m} \quad \text{ve} \quad k_y = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{0,04} \text{ rad/m} = 157,1 \text{ rad/m}$$

$$f_c = \frac{3 \times 10^8}{2\pi} \sqrt{(117,8)^2 + (157,1)^2} \text{ Hz} = 9,375 \text{ GHz alt kesim frekansdır.}$$