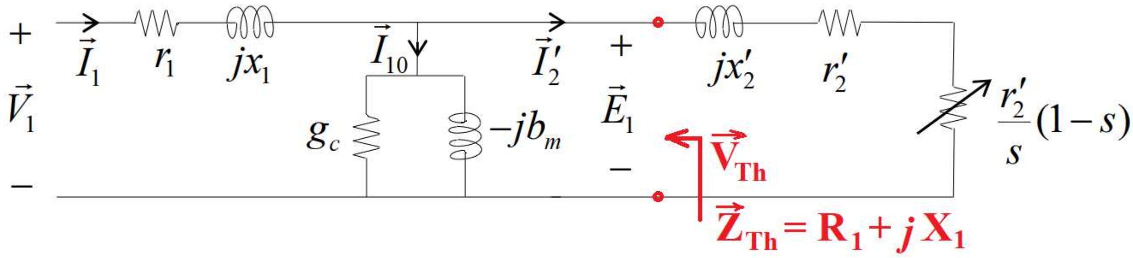
Endüksiyon Makinesinin Tork-Hız Karakteristiği

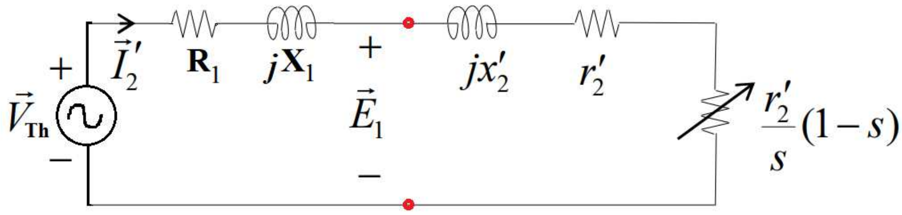
(Asenkron Motorun Moment-Kayma Eğrisi)

Asenkron motorun tek faza indirgenmiş tam eşdeğer devresinin, gösterilen uçlara göre Thevenin eşdeğerini bulalım:



$$\vec{V}_{Th} = \frac{\vec{V}_1}{r_1 + jx_1 + \dfrac{1}{g_c - jb_m}} \cdot \frac{1}{g_c - jb_m} = \frac{\vec{V}_1}{1 + (r_1 + jx_1)(g_c - jb_m)}$$

$$\vec{Z}_{Th} = (r_1 + jx_1) \parallel \left(\frac{1}{g_c - jb_m}\right) = \frac{\dfrac{r_1 + jx_1}{g_c - jb_m}}{r_1 + jx_1 + \dfrac{1}{g_c - jb_m}} = \frac{r_1 + jx_1}{1 + (r_1 + jx_1)(g_c - jb_m)} = R_1 + jX_1$$



$\frac{r_2'}{s}(1-s)$ direnci üzerindeki güçten, üç faz için elektromekanik güç (sürtünme dahil, yani brüt çıkış gücü) P_m ve ondan da elektromekanik tork (sürtünme dahil, yani brüt çıkış torku) T_m 'yi hesaplayalım:

$$I_2'^2 = \frac{V_{Th}^2}{\left(R_1 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + x_2')^2}$$

$$P_m = 3\frac{r_2'}{s}(1-s)I_2'^2 = \frac{3(1-s)V_{Th}^2}{s} \cdot \frac{r_2'}{\left(R_1 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + x_2')^2}$$

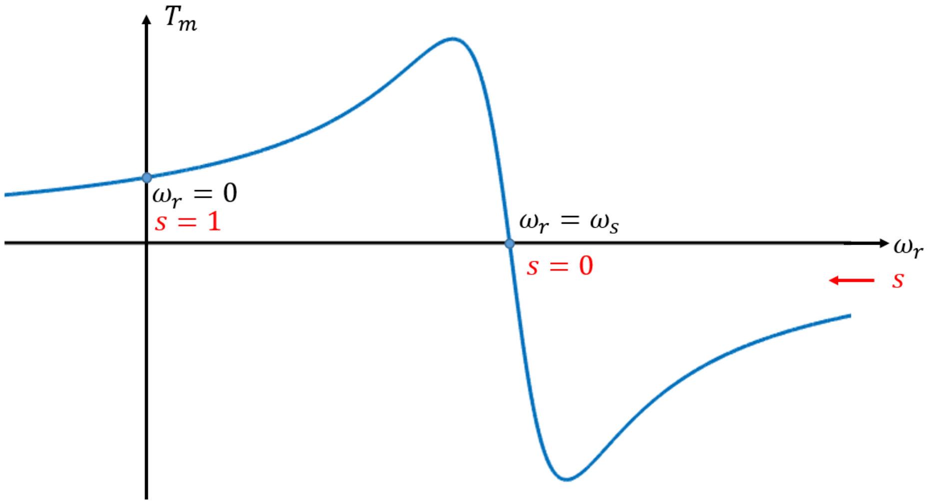
$$T_m = \frac{P_m}{\omega_r} \quad , \quad \omega_r = (1-s)\omega_s \; , \quad \omega_r = \frac{\pi}{30} n_r \; , \quad \omega_s = \frac{\pi}{30} n_s$$

$$T_m = \frac{P_m}{(1-s)\omega_s} \quad \rightarrow \quad \boxed{T_m = \frac{3V_{Th}^2}{s\omega_s} \cdot \frac{r_2'}{\left(R_1 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + x_2')^2}}$$

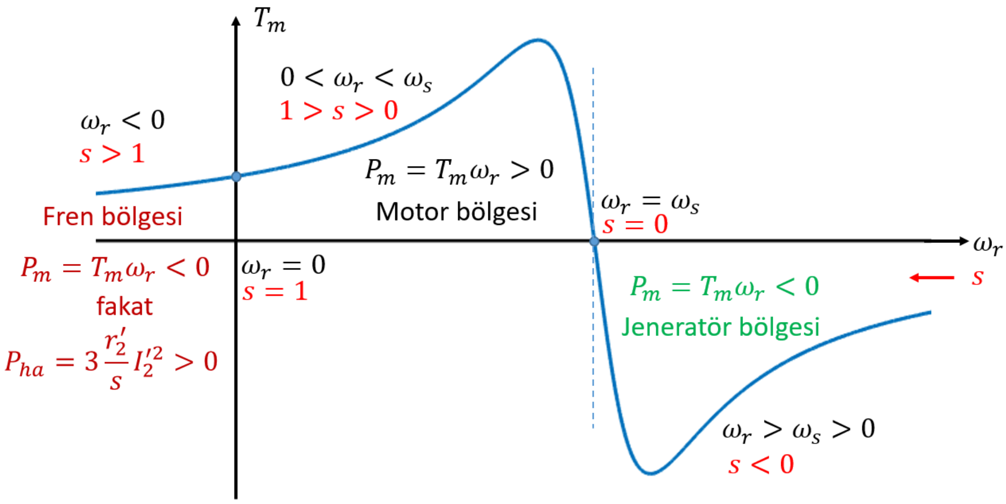
Eğer yaklaşık eşdeğer devre kullansaydık,

$$V_{Th} \rightarrow V_1 \; , \quad R_1 \rightarrow r_1 \; , \quad X_1 \rightarrow x_1$$

alınırdı. T_m grafiği, s 'e göre veya $s = 1 - \frac{\omega_r}{\omega_s}$ yazılarak ω_r 'ye göre çizilebilir. Biz her ikisini de birlikte gösterelim, ama yatay ekseni aslen ω_r alalım, ve s 'in de tersi yönde (sağdan sola) arttığına dikkat edelim. Bu çizimi bilgisayarla çizdiğimizde şöyle bir karakteristik eğri buluruz:



Bu eğri üç bölgeye ayrılabilir. $P_m = T_m\omega_r$ elektromekanik gücünün, yani elektriksel biçimden mekanik biçime dönüşen gücün işaretine dikkat ederek bu üç bölgeyi şöyle yorumlarız:



Hem $T_m > 0$, hem $\omega_r > 0$ olan bölgede $P_m = T_m\omega_r > 0$ olduğundan elektromekanik güç, yani elektriksel biçimden mekanik biçime dönüşen güç pozitiftir. Bu yüzden $0 < \omega_r < \omega_s$ veya $1 > s > 0$ olan bu bölge "motor bölgesi"dir.

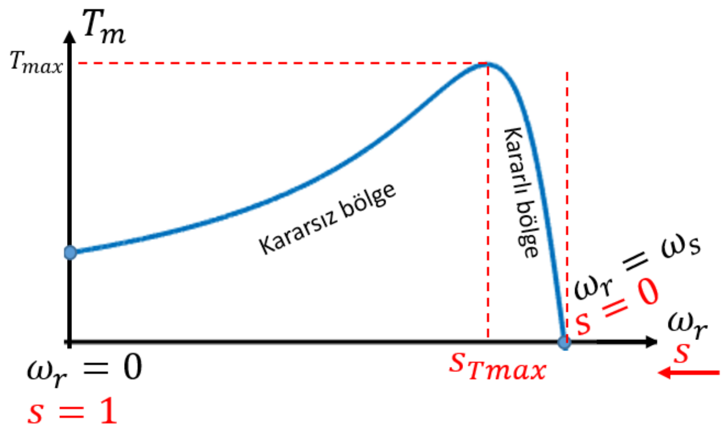
$T_m < 0$, ama $\omega_r > 0$ olan bölgede $P_m = T_m\omega_r < 0$ olduğundan elektromekanik güç, yani elektriksel biçimden mekanik biçime dönüşen güç negatiftir. Yani mutlak değerce mekanik güç elektriksel güce dönüşmektedir. Bu yüzden $\omega_r > \omega_s$ veya $s < 0$ olan bu bölge "jeneratör bölgesi"dir. Dikkat edilirse jeneratör modunda da statora kaynak bağlanması gerekmektedir ve elektriksel frekansı belirleyen, o kaynağın frekansıdır. Mekanik biçimden elektriksel biçime dönüşen güç, demir ve bakır kayıplarından fazlaysa, o kaynak üzerindeki güç negatif olur, yani kaynak mutlak değerce elektriksel güç çeker.

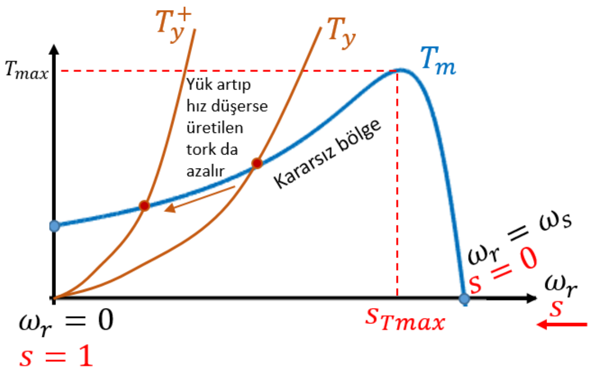
$T_m > 0$, ama $\omega_r < 0$ olan bölgede de $P_m = T_m\omega_r < 0$ olduğundan elektromekanik güç, yani elektriksel biçimden mekanik biçime dönüşen güç negatiftir. Yani mutlak değerce mekanik güç elektriksel güce dönüşmektedir. Ancak bu bölgeye jeneratör diyemeyiz. Çünkü $s > 1$ olduğu için $\frac{r_2'}{s}(1-s) < 0$ direnci üzerindeki güç negatif olsa da rotor sargı direnci de eklendiğinde $\frac{r_2'}{s} > 0$ ve ikisinin toplam gücü pozitif olmaktadır. Yani mutlak değerce mekanik biçimden elektriksel biçime dönüşen güç, rotor bakır kayıplarına bile yetmemektedir. Asenkron makine, ve hatta sadece rotoru bile, bu modda hem mekanik döndürme sisteminden, hem de elektriksel kaynaktan mutlak değerce güç çekmekte ve ısıya dönüştürmektedir. Bu yüzden bu moda ne motor ne de jeneratör diyebiliriz, fakat üretilen tork hızı sıfıra çekmeye çalışan yönde olduğu için "fren bölgesi" deriz. Makine aşırı ısınacağından bu modda fazla bekletilmemelidir.

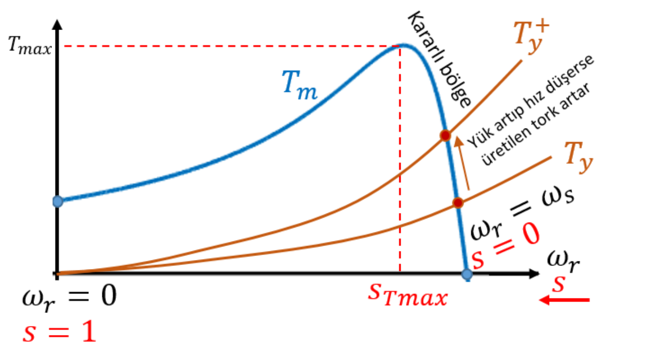
Dikkat: Asenkron makine statoruna dc akım uygulanırsa frekans ve dolayısıyla senkron hız sıfır olacağından, her hızda tork hızı sıfıra çekmeye çalışan yönde üretilir. Bu durumda rotor yavaşlarken bir miktar mekanik enerji dc kaynağa aktarılabilir. Asenkron makinenin fren olarak çalıştırılması için tavsiye edilen çalışma budur. Bu, aynı zamanda asenkron makinenin dışarıdan mekanik destek almadan senkron hızına ($n_s = 0$) ulaşabildiği (!) tek istisnadır 😊.

Motor Bölgesi

Tork-hız eğrisinin motor bölgesi iki kısım halinde düşünülebilir. Maksimum torkun elde edildiği kaymaya s_{Tmax} diyelim. Hıza (ω_r) göre eğim artı olan $s_{Tmax} > s > 0$ kısmı “kararlı bölge”dir. Çünkü bu bölgede motor yükü artarsa zorlanan motorun hızı azalır (aşağıda sağda). Hız azalınca üretilen tork artar ve biraz hız düşümüyle de olsa yükü dengeleyebilir. Belirli bir gerilimle çalıştırılan elektrik motorları, kontrol olmasa bile çoğunlukla böyle bir özelliğe sahiptir ve bu, zorlanınca bayılan, duran içten yanmalı motorlara göre önemli bir avantajdır.







Hıza (ω_r) göre eğim artı olan $1 > s > s_{Tmax}$ kısmı ise “kararsız bölge”dir. Çünkü bu bölgede motor yükü artarsa zorlanan motorun hızı yine azalır (yukarıda solda). Fakat hız azalınca üretilen tork da azalır ve dolayısıyla hız daha da azalır. Motor yükü dengeleyemez ve durmaya gider. Ancak bu tork-hız eğrisinin sürekli çalışma durumu için olduğu unutulmamalıdır. Geçici tepkide çoğu durumda motor kararsız bölgeyi çabucak aşar.

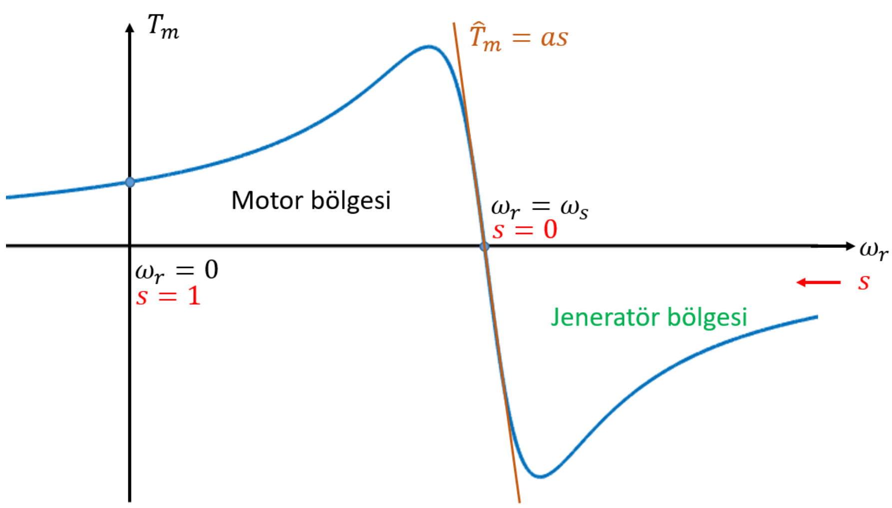
Minimum torkun ($T_{min} < 0$) elde edildiği kaymaya s_{Tmin} diyelim ($s_{Tmin} < 0$, alınan tork > 0). Benzer şekilde jeneratör bölgesinde üretilen torkun hıza göre eğiminin negatif olduğu senkron hız ile minimum arası ($0 > s > s_{Tmin}$) kararlı bölge, daha yüksek hız bölgesi ($s_{Tmin} > s$) kararsız bölgedir. Yani senkron hız komşuluğunda maksimumla minimum arası hem motor hem jeneratör için kararlı bölgedir.

Hem motor hem jeneratör için kararlı bölgenin senkron hız komşuluğu yaklaşık bir doğruyla temsil edilebilir. Bu doğrunun ω_r’ye göre eğimi eksi olsa da s’e göre eğimi artıdır ve şöyle bulunur:

$$a = \left.\frac{\partial T_m(s)}{\partial s}\right|_{s=0}$$

Böylece senkron hız komşuluğunda hem motor hem jeneratör bölgesinde:

$$T_m(s) \approx \hat{T}_m(s) = a \cdot s$$



Maksimum Tork

Elektromekanik torkun maksimum veya minimum değerleri ve bu çalışmalardaki kayma değerleri, hız değişkeni yerine sadece kayma (s) kullanılan elektromekanik tork ifadesinin, kaymaya göre türevini sıfıra eşitleyerek bulunur:

$$\left.\frac{\partial T_m(s)}{\partial s}\right|_{s=s_{T\,\substack{max\\min}}} = 0 = \frac{\partial}{\partial s}\left.\left\{\frac{3V_{Th}^2}{s\omega_s}\cdot\frac{r_2'}{\left(R_1+\frac{r_2'}{s}\right)^2+(X_1+x_2')^2}\right\}\right|_{s=s_{T\,\substack{max\\min}}} = 0$$

$$= -\frac{3V_{Th}^2}{s_{T\,\substack{max\\min}}^2\cdot\omega_s}\cdot\frac{r_2'}{\left(R_1+\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)^2+(X_1+x_2')^2}$$ (satır bir aşağıda devam ediyor)

$$-\frac{3V_{Th}^2}{s_{T\,\substack{max\\min}}\cdot\omega_s}\cdot\frac{r_2'}{\left[\left(R_1+\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)^2+(X_1+x_2')^2\right]^2}\cdot 2\left(R_1+\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)\left(-\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}^2}\right)=0$$

$$\rightarrow\qquad 1-\frac{\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}}{\left(R_1+\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)^2+(X_1+x_2')^2}\cdot 2\left(R_1+\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)=0$$

$$\rightarrow\qquad \left(\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)\cdot 2\left(R_1+\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)=\left(R_1+\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)^2+(X_1+x_2')^2$$

$$\rightarrow\qquad 2R_1\left(\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)+2\left(\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)^2=R_1^2+2R_1\left(\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)+\left(\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)^2+(X_1+x_2')^2$$

$$\rightarrow\qquad \left(\frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}\right)^2=R_1^2+(X_1+x_2')^2$$

$$\rightarrow\qquad \frac{r_2'}{s_{T\,\substack{max\\min}}}=\pm\sqrt{R_1^2+(X_1+x_2')^2}$$

$$\boxed{s_{T\,\substack{max\\min}}=\frac{r_2'}{\pm\sqrt{R_1^2+(X_1+x_2')^2}}}$$ (motor için max, jeneratör için min)

Bu kayma değer(ler)i $T_m(s)$ ifadesinde yerine yazılırsa:

$$T_{\substack{max\\min}}=\frac{3V_{Th}^2}{\frac{r_2'}{\pm\sqrt{R_1^2+(X_1+x_2')^2}}\cdot\omega_s}\cdot\frac{r_2'}{\left(R_1\pm\sqrt{R_1^2+(X_1+x_2')^2}\right)^2+(X_1+x_2')^2}$$

$$T_{\substack{max\\min}} = \frac{3V_{Th}^2}{\omega_s} \cdot \frac{\pm\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2')^2}}{R_1^2 \pm\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2')^2} \cdot 2R_1 + R_1^2 + (X_1 + x_2')^2 + (X_1 + x_2')^2}$$

$$T_{\substack{max\\min}} = \frac{3V_{Th}^2}{2\omega_s} \cdot \frac{\pm\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2')^2}}{\pm\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2')^2} \cdot R_1 + R_1^2 + (X_1 + x_2')^2}$$

$$\boxed{T_{\substack{max\\min}} = \frac{3V_{Th}^2}{2\omega_s} \cdot \frac{1}{R_1 \pm\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2')^2}}} \quad \text{(motor için max, jeneratör için min)}$$

Rotora Direnç İlavesi

Dikkat edilirse maksimum ve minimum torkun r_2''den bağımsız olduğu, $s_{T\substack{max\\min}}$'in ise r_2' ile orantılı olduğu görülür. Bundan faydalanılarak bilezikli (sargılı rotorlu) asenkron makinelerin normal çalışmalarda kısa devre edilen rotor sargı uçları açılıp dışarıdan çoğunlukla Y bağlı 3 fazlı dengeli direnç ilavesiyle tork-hız karakteristiği değiştirilebilir. Böylece aynı gerilimde aynı yükün hızı değiştirilebilir. Ancak bu yöntemle hız ayarı çok dar bir bölgede mümkün olduğundan bu yöntem, hız ayarından çok, kalkış torkunu yükselterek kolay kalkış sağlama amacıyla kullanılır.

Ek dirençle birlikte yansıtılmış rotor direncine $r'_{2\text{toplam}}$ diyelim. Kalkış anında hız sıfır olduğu için kayma $s = 1$'dir. Kalkış anında istenen torka T_{m1} diyelim. Bunları, T_m ifadesinde $s = 1$ yazılmışa eşitleriz:

$$T_{m1} = \frac{3V_{Th}^2}{\omega_s} \cdot \frac{r'_{2\text{toplam}}}{\left(R_1 + r'_{2\text{toplam}}\right)^2 + (X_1 + x_2')^2}$$

$$\rightarrow \quad \frac{r'_{2\text{toplam}}}{r'^2_{2\text{toplam}} + 2R_1 r'_{2\text{toplam}} + R_1^2 + (X_1 + x_2')^2} = \frac{T_{m1}\omega_s}{3V_{Th}^2}$$

$$\rightarrow \quad r'^2_{2\text{toplam}} + 2R_1 r'_{2\text{toplam}} + R_1^2 + (X_1 + x_2')^2 = \frac{3V_{Th}^2}{T_{m1}\omega_s} r'_{2\text{toplam}}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{r'^2_{2\text{toplam}} - \left(\frac{3V_{Th}^2}{T_{m1}\omega_s} - 2R_1\right) r'_{2\text{toplam}} + R_1^2 + (X_1 + x_2')^2 = 0}$$

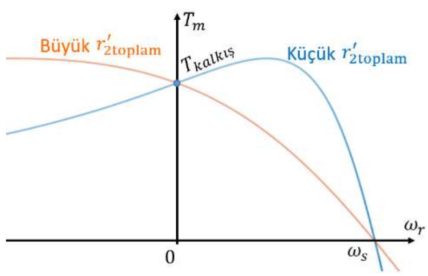
Bu denklem çözülerek $r'_{2\text{toplam}}$ bulunur. Yansıtılmış ek direnç

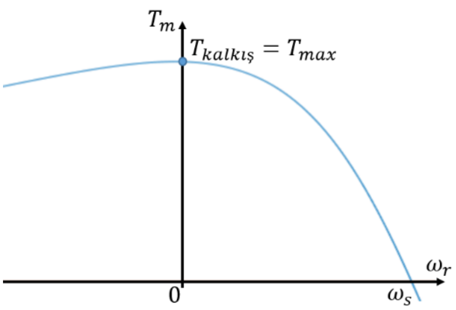
$$r'_{2\text{ek}} = r'_{2\text{toplam}} - r_2'$$

ve bunun ters yansıtmayla rotor tarafındaki değeri, fiziksel olarak faz başına dışarıdan eklenecek dirençtir:

$$r_{2\text{ek}} = \frac{r'_{2\text{ek}}}{(N_s/N_r)^2}$$

Bu hesaplamada ikinci derecede denklemin 2 çözümü bulunur. r_2' ile s_{Tmax} orantılı olduğu için, sağda gösterildiği gibi, büyük direnç çözümü maksimum torkun fren bölgesinde olduğu, küçük direnç ise motor bölgesinde olduğu çözümü verir.





Eğer kalkış torkunu maksimum tork yapmak istersek, ilave direnç çözümü solda görüldüğü gibi tektir. Ayrıca doğrudan $s_{Tmax} = 1$ eşitliğiyle toplam direnci (r'_{2Top}) ve dolayısıyla ilave direnci bulmak daha kolaydır:

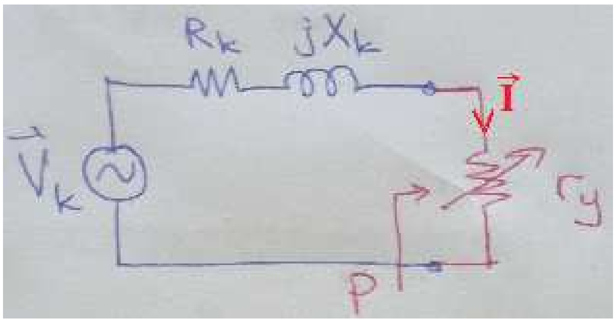
$$s_{Tmax} = \frac{r'_{2Top}}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x'_2)^2}} = 1 \quad \rightarrow \quad r'_{2Top} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x'_2)^2} = r'_2 + r'_{2\text{ilave}}$$

$$r'_{2\text{ilave}} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x'_2)^2} - r'_2 \quad \rightarrow \quad r_{2\text{ilave}} = \frac{r'_{2\text{ilave}}}{(N_s/N_r)^2}$$

Dikkat: Rotora dışarıdan direnç bağlanması hesaplarında hem rotor sargılarının, hem de dışarıdan eklenen dirençlerin Y bağlı olduğu varsayılmıştır. Aksi halde doğrudan toplayamazdık. Bir veya iki taraf Δ bağlı olursa, Δ bağlı olan tarafın Y bağlı eş değerindeki değerler kullanılır. Gerekirse sonuçtaki Y bağlı ek direnç değerlerinin Δ bağlı karşılıklarına geçiş yapılır.

Maksimum Güç

Devre teorisinde ac bir devrede reel ve sanal bileşenleri (direnç ve reaktansı) bağımsız değiştirilebilen bir yüke maksimum güç aktarılan durum, yük empedansının kaynak empedansının eşleniğine eşit olduğu durumdur. Bu, yük üzerindeki aktif gücün hem yük direncine, hem yük reaktansına göre kısmi türevlerini sıfıra eşitleyerek bulunur. Ancak asenkron motorda yüke karşılık gelen parametre sadece değişken bir dirençtir, $r_y = \frac{r'_2}{s}(1-s)$.



Bu dirence aktarılabilecek maksimum gücü bulalım:

$$I^2 = \frac{V_k^2}{\left(R_k + r_y\right)^2 + X_k^2}$$

$$P = r_y I^2 = \frac{r_y}{\left(R_k + r_y\right)^2 + X_k^2} V_k^2$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial r_y}\right|_{r_{y\substack{max\\min}}} = 0 = \frac{\left(R_k + r_{y\substack{max\\min}}\right)^2 + X_k^2 - 2\left(R_k + r_{y\substack{max\\min}}\right) r_{y\substack{max\\min}}}{\left[\left(R_k + r_{y\substack{max\\min}}\right)^2 + X_k^2\right]^2} V_k^2$$

$$\left(R_k + r_{y\substack{max\\min}}\right)^2 + X_k^2 - 2\left(R_k + r_{y\substack{max\\min}}\right) r_{y\substack{max\\min}} = 0$$

$$R_k^2 + X_k^2 - r_{y\substack{max\\min}}^2 = 0$$

$$r_{y\substack{max\\min}} = \pm\sqrt{R_k^2 + X_k^2}$$

Bunu asenkron motor eş değer devresine uyarlarsak, $R_k = R_1 + r'_2$ ve $X_k = X_1 + x'_2$ olacağından:

$$\boxed{r_{y\substack{max\\min}} = \pm\sqrt{(R_1 + r'_2)^2 + (X_1 + x'_2)^2}}$$ (motor için max, jeneratör için min)

Bunu $\frac{r'_2}{s_{P\substack{max\\min}}}\left(1 - s_{P\substack{max\\min}}\right)$ 'e eşitleyip maksimum ya da minimum gücün elde edildiği kayma $s_{P\substack{max\\min}}$ bulunur:

$$r'_2 - r'_2 \cdot s_{P\substack{max\\min}} = \pm\sqrt{(R_1 + r'_2)^2 + (X_1 + x'_2)^2} \cdot s_{P\substack{max\\min}}$$

$$\boxed{s_{P\substack{max\\min}} = \frac{r'_2}{r'_2 \pm\sqrt{(R_1 + r'_2)^2 + (X_1 + x'_2)^2}}}$$ (motor için max, jeneratör için min)

Örnek:

3 fazlı, 50 Hz'lik, 4 kutuplu, Y-Y bağlı bilezikli bir endüksiyon motorunun tek faza indirgenmiş ve statora yansıtılmış eşdeğer devre parametreleri şöyledir:

$$r_1 = 0{,}60\,\Omega\,, \qquad r_2' = 0{,}50\,\Omega\,, \qquad x_1 = x_2' = 1{,}35\,\Omega\,, \qquad N_s/N_r = 3/2\,,$$

$$r_c = \infty\,\Omega\ \text{(ihmal)}\,,\ \ x_m = 28{,}0\,\Omega\ \ \text{(yani}\ \ g_c = 0\,\text{S}\,, \qquad b_m = \frac{1}{28{,}0}\,\text{S}\,)$$

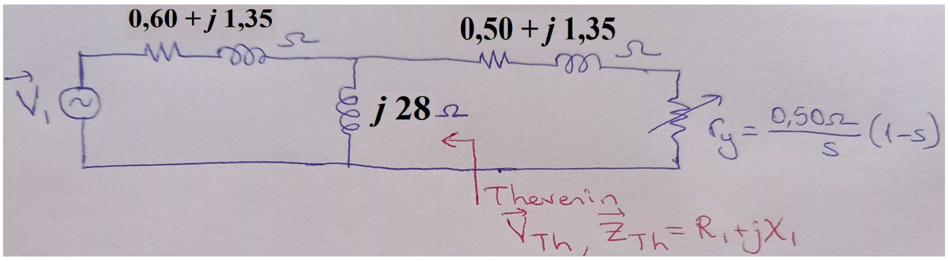
Statordan fazlar arası 400 V uygulanıyor.

a) T_{max} =? , s_{Tmax} =? , $P_m|_{s_{Tmax}}$ =? (Dikkat! Bu P_{max} değil.)

b) $T_{kalkış} = 0{,}85 T_{max}$ olması için rotora Y bağlı eklenmesi gereken faz başına direnç nedir?

c) $T_{kalkış} = T_{max}$ olması için rotora Y bağlı eklenmesi gereken faz başına direnç nedir?

Çözüm: Önce orta kol dahil sol tarafın Thevenin eşdeğerini bulalım:



$$V_1 = \frac{400}{\sqrt{3}}\ \text{V} = 230{,}9\ \text{V} \qquad \vec{V}_{Th} = \frac{230{,}9\ \text{V}\ \angle 0°}{0{,}60 + \underbrace{j1{,}35 + j28{,}0}_{j29{,}35}} \cdot j28{,}0$$

$$V_{Th} = \frac{230{,}9 \times 28{,}0}{\sqrt{0{,}60^2 + 29{,}35^2}} = 220{,}3\ \text{V}$$

$$\vec{Z}_{Th} = \underbrace{(0{,}60 + j1{,}35)}_{1{,}477\angle 66{,}0°} \parallel j28{,}0\ \Omega = \frac{(1{,}477\angle 66{,}0°) \times (28{,}0\angle 90°)}{\underbrace{0{,}60 + j29{,}35}_{29{,}36\angle 88{,}8°}}\ \Omega$$

$$\vec{Z}_{Th} = 1{,}409\angle 67{,}2° = \underbrace{0{,}546\Omega}_{R_1} + j\,\underbrace{1{,}299\Omega}_{X_1}$$

a) $s_{Tmax} = \frac{0{,}50}{\sqrt{0{,}546^2 + (1{,}299 + 1{,}35)^2}} = 0{,}185 = \%18{,}5$

$$n_s = \frac{120 \times 50}{4}\ \text{rpm} = 1500\ \text{rpm}\ , \qquad \omega_s = \frac{\pi}{30} \cdot 1500\ \text{rad/s} = 157{,}1\ \text{rad/s}$$

$$T_{max} = \frac{3 \times 220{,}3^2}{2 \times 157{,}1} \cdot \frac{1}{0{,}546 + \sqrt{0{,}546^2 + 2{,}649^2}}\ \text{Nm} = 142{,}5\ \text{Nm}$$

$$P_m|_{s_{Tmax}} = T_{max} \cdot \underbrace{(1 - s_{Tmax}) \cdot \omega_s}_{\omega_r} = 142{,}5 \times (1 - 0{,}185) \times 157{,}1\ \text{W} = 18{,}25\ \text{kW}$$

b) $T_{kalkış} = T_m|_{s=1} = 0{,}85 \times 142{,}5\ \text{Nm} = 121{,}2\ \text{Nm},$ $\qquad r_2' \ \rightarrow\ r_{2\text{toplam}}' = r_2' + r_{2\text{ek}}'$ yazılarak:

$$r'^2_{2\text{toplam}} - \underbrace{\left(\frac{3 \times 220{,}3^2}{121{,}2 \times 157{,}1}\Omega - 2 \times 0{,}546\Omega\right)}_{6{,}55669\ \Omega} r'_{2\text{toplam}} + \underbrace{(0{,}546^2 + 2{,}649^2)}_{7{,}31548}\Omega^2 = 0$$

$$r'_{2\text{toplam}} = \frac{6{,}55669 \mp \sqrt{6{,}55669^2 - 4 \times 7{,}31548}}{2}\ \Omega$$

$$r'_{2\text{toplam1}} = 1{,}43\ \Omega\ \ ,\ \ r'_{2\text{toplam2}} = 5{,}13\ \Omega$$

Küçük olanı tercih edersek $1 > s_{Tmax} > 0$, büyüğünü tercih edersek $s_{Tmax} > 1$ olur. Maksimum torkun fren bölgesinde değil, motor bölgesinde olmasını, yani küçüğünü tercih edelim.

$$r'_{2\text{ek}} = r'_{2\text{toplam1}} - r'_2 = 1{,}43\Omega - 0{,}50\Omega = 0{,}93\ \Omega$$

Ters yansıtmayla rotor tarafında Y bağlanacak ek direncin faz başına değerini buluruz:

$$r_{2\text{ek}} = \frac{0{,}93\ \Omega}{(3/2)^2} = 0{,}41\ \Omega$$

c) $s_{Tmax} = \frac{r'_{2Top}}{\sqrt{0{,}546^2+2{,}649^2}\ \Omega} = 1$, $r'_{2Top} = 2{,}705\ \Omega = 0{,}50\ \Omega + r'_{2\text{ilave}}$

$$r'_{2\text{ilave}} = 2{,}205\ \Omega$$

$$r_{2\text{ilave}} = \frac{2{,}205\ \Omega}{(3/2)^2} = 0{,}98\ \Omega$$