

Eşdeğer Devre Üzerinde Hesaplamalar

Transformatörlerin anma güçleri, görünür güç (VA, kVA, MVA gibi) cinsinden verilir. Çünkü sargıların akım ve gerilimleri ayrı ayrı aşılması gereken sınırlara sahiptir. Trafonun boyutları hakkında fikir veren akım değil görünür güç olduğu için çoğunlukla anma güç ve gerilimleri belirtilir.

(Anma değerleri, etiket değerleri olup normalde sürekli çalıştırılması uygun olan en üst değerlerdir. *Nominal değerler* de denir. İngilizce *rated values* ya da bazen kısaca *ratings* de denir.)

Hesaplamalarımıza çoğunlukla trafo parametreleri, ve sekonderinin hangi görünür güç (S_2) ve gerilimde çalıştığı bilgisiyle başlarız. Sekonder güç faktörü ($gf_2 = \cos \varphi_2$) de yönüyle birlikte verilir. Burada primere yansıtılmış devre üzerinden anlatılacak, ama isterseniz bunların sekondere yansıtılmış halini kolayca elde bulabilirsiniz.

$$V'_2 = \frac{N_1}{N_2} V_2, \quad I'_2 = \frac{S_2}{V'_2}$$

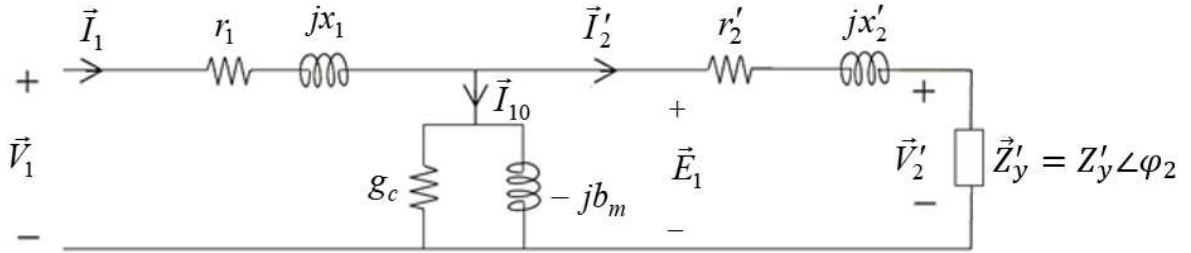
AC devre analizinde akım ve gerilimlerden sadece birinin ilkinin açısı keyfi seçilir. Sekonder geriliminin açısını keyfi olarak 0° almak kolaylıktır. Bu kabul ile:

$$\vec{V}'_2 = V'_2 \angle 0^\circ, \quad \varphi_2 = \cos^{-1}(gf_2) \text{ (ileriye eksi, geriye artı)}$$

$$\vec{I}'_2 = I'_2 \angle (-\varphi_2) \text{ (açının sayısal değeri, } gf_2 \text{ ileriye artı, geriye eksi olacaktır)}$$

(Eğer $\vec{V}'_2$ açısı, yani $\angle \vec{V}'_2$ başka bir değer alınmışsa $\vec{I}'_2$ açısı, yani $\angle \vec{I}'_2 = \angle \vec{V}'_2 - \varphi_2$ alınmalıdır.)

Tam eşdeğer devre ile gerilim ve akım hesabı



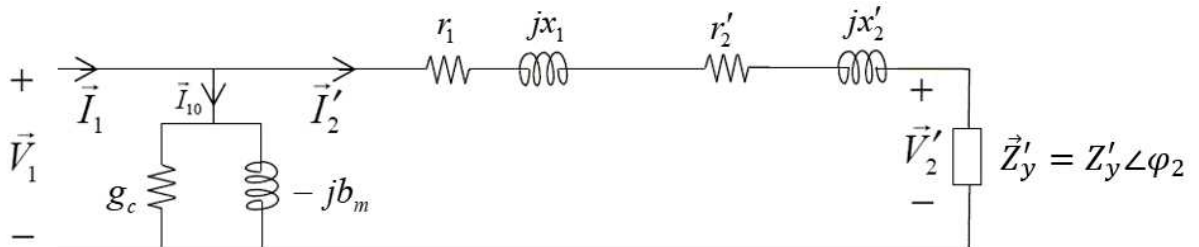
$$\vec{E}_1 = \vec{V}'_2 + (r'_2 + jx'_2)\vec{I}'_2$$

$$\vec{I}_{10} = (g_c - jb_m)\vec{E}_1$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}'_2 + \vec{I}_{10}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{E}_1 + (r_1 + jx_1)\vec{I}_1$$

Yaklaşık eşdeğer devre ile gerilim ve akım hesabı



$$\vec{V}_1 = \vec{V}'_2 + [(r_1 + r'_2) + j(x_1 + x'_2)]\vec{I}'_2$$

$$\vec{I}_{10} = (g_c - jb_m)\vec{V}_1$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}'_2 + \vec{I}_{10}$$

Güç ve verim hesabı

$$\text{Çıkış gücü } P_2 = S_2 \cos \varphi_2$$

$$\text{Bakır kaybı } P_{Cu} = r_1 I_1^2 + r_2' I_2'^2 \approx (r_1 + r_2') I_2'^2$$

$$\text{Demir kaybı } P_{Fe} = g_c E_1^2 \approx g_c V_1^2$$

$$\text{Giriş gücü } P_1 = P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}$$

$$\text{Verim } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \%100 \times \frac{P_2}{P_1}$$

$$\text{Giriş güç açısı } \varphi_1 = \angle \vec{V}_1 - \angle \vec{I}_1 \rightarrow \text{Giriş güç faktörü } \text{gf}_1 = \cos \varphi_1 \quad (\varphi_1 \text{ artıysa geri, eksiye ileri})$$

Regülasyon

Yüklenmeyle gerilim düşümünün oransal ifadesidir. Sıfıra yakın olması bir kalite göstergesidir. Bazı kapasitif yükler için regülasyon (Reg) eksi bulunabilir.

$$\text{Reg} = \%100 \times \frac{V_{20} - V_{2TY}}{V_{2TY}} = \%100 \times \frac{V_{20}' - V_{2TY}'}{V_{2TY}'}$$

Burada V_{2TY} tam yükteki sekonder gerilimi, yani normalde anma sekonder gerilimidir. V_{20} ise, sekonderde V_{2TY} gerilimini veren primer kaynak gerilimi V_1 bu değerinde tutulup sekonder açık devre edildiğinde görülen sekonder gerilimidir.

Primere yansıtılmış (üssü (') ile gösterilen) değerlerle de hesaplanabilir.

Yaklaşık eşdeğer devrede $V_{20}' \approx V_1$ olacağından hesap çok kolaylaşır:

$$\text{Reg} \approx \%100 \times \frac{V_1 - V_{2TY}'}{V_{2TY}'}$$

Örnek (Tam eşdeğer devre ile)

50 Hz'lik tek fazlı, 12 kVA'lık, primer/sekonder sarım oranı 1:5 olan, sekonderi 1000 V'luk bir trafonun eşdeğer devre parametreleri şöyledir:

$$r_1 = 0,043 \, \Omega, \quad x_1 = 0,55 \, \Omega, \quad r_2 = 1,45 \, \Omega, \quad x_2 = 9,75 \, \Omega,$$

$$\text{Paralel kol primerde gösterildiğinde } g_c = 5,5 \, \text{mS}, \quad b_m = 39 \, \text{mS}$$

Bu trafo, sekonderinde güç faktörü 0,85 geri olan bir tam yükü anma geriliminde beslemektedir. Bu çalışma için trafonun verimini, regülasyonunu, primer akımını ve giriş güç faktörünü tam eşdeğer devre ile bulunuz.

Çözüm:

$$N_1/N_2 = 1/5, \quad r_2' = (1/5)^2 \times 1,45 \, \Omega = 0,058 \, \Omega, \quad x_2' = (1/5)^2 \times 9,75 \, \Omega = 0,39 \, \Omega$$

$$V_2' = (1/5) \times 1000 \, \text{V} = 200 \, \text{V} \rightarrow \vec{V}_2' = 200\text{V} \angle 0^\circ$$

$$I_2' = \frac{12000 \, \text{VA}}{200 \, \text{V}} = 60 \, \text{A}$$

$$\varphi_2 = \cos^{-1}(0,85) = 31,8^\circ \rightarrow \vec{I}_2' = 60\text{A} \angle (-31,8^\circ) = (51,0 - j31,6) \, \text{A}$$

$$\vec{E}_1 = 200\text{V} \angle 0^\circ + \underbrace{(0,058 + j0,39) \, \Omega \times 60\text{A} \angle (-31,8^\circ)}_{0,3943 \angle 81,54^\circ} = 200\text{V} \angle 0^\circ + \underbrace{23,66\text{V} \angle 49,75^\circ}_{(15,28 + j18,06)\text{V}}$$

$$\vec{E}_1 = (215,28 + j18,06)V = 216,04V \angle 4,79^\circ$$

$$\vec{I}_{10} = \frac{(5,5 - j39) \times 10^{-3} S \times (216,04V \angle 4,79^\circ)}{0,03939S \angle (-81,97^\circ)} = 8,509A \angle (-77,18^\circ) = (1,888 - j8,297)A$$

$$\vec{I}_1 = (51,0 - j31,6)A + (1,888 - j8,297)A = (52,89 - j39,90)A = \vec{I}_1 = \frac{66,25A \angle (-37,0^\circ)}{I_1}$$

$$\vec{V}_1 = (215,28 + j18,06)V + \frac{(0,043 + j0,55)\Omega \times (52,89 - j39,90)A}{(2,274 - j1,716 + j29,088 + 21,947) \Omega}$$

$$\vec{V}_1 = (239,51 + j45,4)V = 243,77V \angle 10,7^\circ$$

$$P_2 = 12000VA \times 0,85 = 10200 \text{ W}$$

$$P_{Cu} = 0,043 \times (66,25)^2 W + 0,058 \times 60^2 W = 397,6 \text{ W}$$

$$P_{Fe} = 5,5 \times 10^{-3} \times |215,28 + j18,06|^2 = 5,5 \times 10^{-3} \times (216,04)^2 W = 256,7 \text{ W}$$

$$P_1 = (10200 + 397,6 + 256,7)W = 10854 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{10200}{10854} = 0,940 = \%94,0$$

$$\varphi_1 = 10,7^\circ - (-37,0^\circ) = 47,8^\circ \rightarrow \text{gf}_1 = \cos \varphi_1 = \cos 47,8^\circ = 0,672 \text{ geri}$$

Regülasyon için V_1 büyüklüğünü aynı tutalım. Paralel kolun empedansı

$$\frac{1}{0,03939S \angle (-81,97^\circ)} = 25,389\Omega \angle 81,97^\circ = (3,545 + j25,14)\Omega$$

Sekonder açık devre edildiğinde görülecek sekonder gerilimi:

$$V'_{20} = \frac{243,77 \text{ V}}{|0,043 + j0,550 + 3,545 + j25,141|} \times 25,389 = \frac{6189,4 \text{ V}}{|3,589 + j25,691|} = \frac{6189,4 \text{ V}}{25,940} = 238,60 \text{ V}$$

$$\text{Reg} = \%100 \times \frac{238,60 - 200}{200} = \%19,3$$

Örnek (Yaklaşık eşdeğer devre ile aynı örnek)

50 Hz'lik tek fazlı, 12 kVA'lık, primer/sekonder sarım oranı 1:5 olan, sekonderi 1000 V'luk bir trafonun eşdeğer devre parametreleri şöyledir:

$$r_1 = 0,043 \Omega, \quad x_1 = 0,55 \Omega, \quad r_2 = 1,45 \Omega, \quad x_2 = 9,75 \Omega,$$

$$\text{Paralel kol primerde gösterildiğinde } g_c = 5,5 \text{ mS}, \quad b_m = 39 \text{ mS}$$

Bu trafo, sekonderinde güç faktörü 0,85 geri olan bir tam yükü anma geriliminde beslemektedir. Bu çalışma için trafonun verimini, regülasyonunu, primer akımını ve giriş güç faktörünü yaklaşık eşdeğer devre ile bulunuz.

Çözüm:

$$N_1/N_2 = 1/5, \quad r'_2 = (1/5)^2 \times 1,45 \Omega = 0,058 \Omega, \quad x'_2 = (1/5)^2 \times 9,75 \Omega = 0,39 \Omega$$

$$V'_2 = (1/5) \times 1000 \text{ V} = 200 \text{ V} \rightarrow \vec{V}'_2 = 200V \angle 0^\circ$$

$$I'_2 = \frac{12000 \text{ VA}}{200 \text{ V}} = 60 \text{ A}$$

$$\varphi_2 = \cos^{-1}(0,85) = 31,8^\circ \rightarrow \vec{I}'_2 = 60A \angle (-31,8^\circ) = (51,0 - j31,6) A$$

$$\vec{V}_1 = 200V\angle 0^\circ + \underbrace{([0,043 + 0,058] + j[0,55 + 0,39])\Omega}_{0,101+j0,940} \times (51,0 - j31,6) A$$

$$\vec{V}_1 = 200 + 5,151 - j3,192 + j47,940 + 29,711 \quad V$$

$$\vec{V}_1 = (234,86 + j44,75) V = 239,09V\angle 10,8^\circ$$

$$P_2 = 12000VA \times 0,85 = 10200 W$$

$$P_{Cu} = (0,043 + 0,058) \times 60^2 W = 363,6 W$$

$$P_{Fe} = 5,5 \times 10^{-3} \times (239,09)^2 = 314,4 W$$

$$P_1 = (10200 + 363,6 + 314,4)W = 10878 W$$

$$\eta = \frac{10200}{10878} = 0,938 = \%93,8$$

$$\text{Reg} = \%100 \times \frac{239,09 - 200}{200} = \%19,5$$

$$\vec{I}_{10} = (5,5 - j39) \times 10^{-3} S \times (234,86 + j44,75)V = (1,292 + j0,246 - j9,160 + 1,745)A$$

$$\vec{I}_{10} = (3,037 - j8,913) A$$

$$\vec{I}_1 = (51,0 - j31,6)A + (3,037 - j8,913)A = (54,04 - j40,52)A = \vec{I}_1 = \underbrace{67,54A}_{I_1} \angle (-36,9^\circ)$$

$$\varphi_1 = 10,8^\circ - (-36,9^\circ) = 47,7^\circ \rightarrow \text{gf}_1 = \cos \varphi_1 = \cos 47,7^\circ = 0,674 \text{ geri}$$

Örnek (Yaklaşık eşdeğer devre ile kapasitif yük)

50 Hz'lik tek fazlı, 750 VA'lık, primer/sekonder sarım oranı 4:1 olan, sekonderi 125 V'luk bir trafonun eşdeğer devre parametreleri şöyledir:

$$r_1 = 2,9 \Omega, \quad x_1 = 26,0 \Omega, \quad r_2 = 0,45 \Omega, \quad x_2 = 1,75 \Omega,$$

$$\text{Paralel kol primerde gösterildiğinde} \quad g_c = 220 \mu S, \quad b_m = 1030 \mu S$$

Bu trafo, sekonderinde güç faktörü 0,8 ileri olan bir tam yükü anma geriliminde beslemektedir. Bu çalışma için trafonun verimini, regülasyonunu, primer akımını ve giriş güç faktörünü yaklaşık eşdeğer devre ile bulunuz.

Çözüm:

$$N_1/N_2 = 4, \quad r'_2 = 4^2 \times 0,45 \Omega = 7,2 \Omega, \quad x'_2 = 4^2 \times 1,75 \Omega = 28,0 \Omega$$

$$V'_2 = 4 \times 125 V = 500 V \rightarrow \vec{V}'_2 = 500V\angle 0^\circ$$

$$I'_2 = \frac{750 VA}{500 V} = 1,50 A$$

$$\varphi_2 = -\cos^{-1}(0,8) = -36,9^\circ \rightarrow \vec{I}'_2 = 1,50A\angle 36,9^\circ = (1,20 + j0,90) A$$

$$\vec{V}_1 = 500V\angle 0^\circ + \underbrace{([2,9 + 7,2] + j[26,0 + 28,0])\Omega}_{10,1+j54,0} \times (1,20 - j0,90) A$$

$$\vec{V}_1 = 500 + 12,12 + j9,09 + j64,8 - 48,6 \quad V$$

$$\vec{V}_1 = (463,5 + j73,9) V = 469,4V\angle 9,1^\circ$$

$$P_2 = 750VA \times 0,8 = 600 W$$

$$P_{Cu} = (2,9 + 7,2) \times 1,50^2 W = 22,7 W$$

$$P_{Fe} = 220 \times 10^{-6} \times (469,4)^2 = 48,5 W$$

$$P_1 = (600 + 22,7 + 48,5) W = 671 W$$

$$\eta = \frac{600}{671} = 0,894 = \%89,4$$

$$\text{Reg} = \%100 \times \frac{469,4 - 500}{500} = -0,061 = \%(-6,1)$$

$$\vec{I}_{10} = (220 - j1030) \times 10^{-6} S \times (463,5 + j73,9) V = (0,102 + j0,016 - j0,477 + 0,076) A$$

$$\vec{I}_{10} = (0,178 - j0,461) A$$

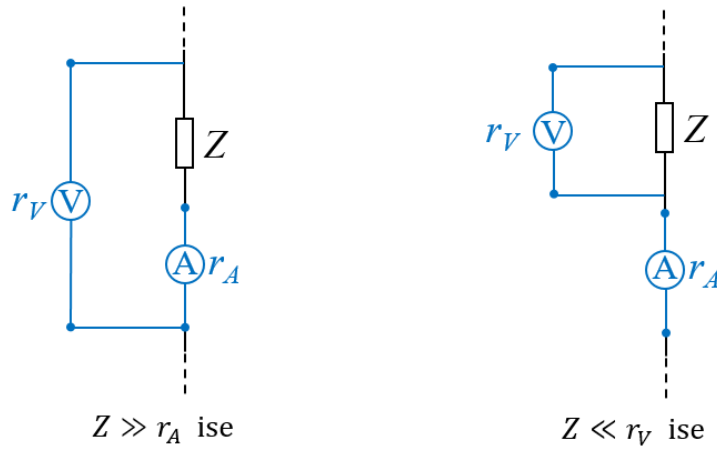
$$\vec{I}_1 = (1,20 + j0,90) A + (0,178 - j0,461) A = (1,378 + j0,439) A = \vec{I}_1 = \underbrace{1,45 A}_{I_1} \angle 17,7^\circ$$

$$\varphi_1 = 9,1^\circ - 17,7^\circ = -8,6^\circ \rightarrow \text{gf}_1 = \cos \varphi_1 = \cos(-8,6^\circ) = 0,989 \text{ ileri}$$

Transformatör Eşdeğer Devre Parametrelerinin Deneysel Olarak Bulunması

Konuya başlamadan önce bazen çok büyük hata veren ölçme yönteminden sakınmak için, genel olarak bir elemanın akım ve gerilimini aynı anda ölçme yönteminin nasıl seçileceğini görelim:

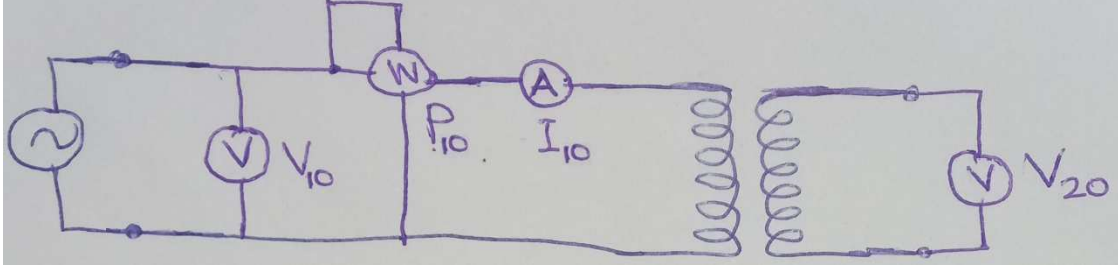
Devredeki bir elemanın hem gerilimi hem akımı aynı anda ölçülmek istenirse, aynı anda hem voltmetreyi doğrudan paralel, hem ampermetreyi doğrudan seri bağlamak mümkün değildir. Önümüzde iki seçenek vardır:



Ya soldaki şekildeki gibi ampermetreyi doğrudan seri bağlarız, o zaman voltmetreyi doğrudan paralel bağlayamayız. Bu durumda voltmetre, ampermetre üzerindeki voltaj dahil, yani daha hatalı ölçer. Ya da sağdaki şekildeki gibi voltmetreyi doğrudan paralel bağlarız, o zaman ampermetreyi doğrudan seri bağlayamayız. Bu durumda ampermetre, voltmetre üzerindeki akım dahil, yani daha hatalı ölçer. Soldaki şekildeki bağlantı ancak $Z \gg r_A$ durumunda uygundur. Sağdaki şekildeki bağlantı ise ancak $Z \ll r_V$ durumunda uygundur. Terski durumlarda yanlış bağlantı biraz değil, ÇOK büyük hatalı ölçüm verebilir. Her iki şart da sağlanıyorsa dilediğimiz birini seçebiliriz. İki şart da sağlanmıyorsa ya ölçü aletlerini değiştirmeli ya da sırayla ölçmeliyiz.

Transformatörlerin eşdeğer devre parametrelerini deneysel olarak çıkarmak için başlıca 2 test, ve sonrasında da bir direnç ölçümü yapılır.

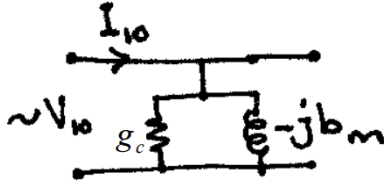
a) Yüksüz (Boşta) Çalışma Testi



Yukarıdaki devre kurulur. Primerden anma gerilimi uygulanır. Sekonderdeki voltmetre yaklaşık açık devre sayıldığı için trafo yüksüz çalışmaktadır. Primerden uygulanan gerilim (V_{10}), akım (I_{10}), giriş gücü (P_{10}) ve sekonder gerilimi (V_{20}) ölçülür. Primer/sekonder sarım oranı:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_{10}}{V_{20}}$$

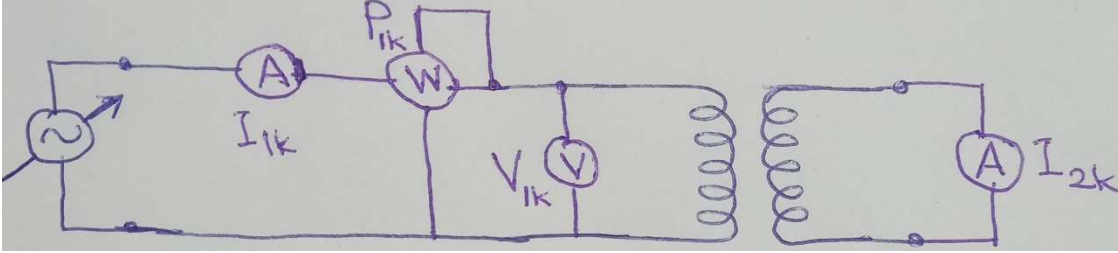
Bu çalışmada akım çok küçük olduğundan, seri elemanlar hepten ihmal edilirse yaklaşık eşdeğer devre aşağıdaki hale gelir. Giriş gücü tamamen demir kaybı varsayılarak paralel kol parametreleri yaklaşık olarak şöyle hesaplanır:



$$g_c = \frac{P_{10}}{V_{10}^2}, \quad Y_0 = \frac{I_{10}}{V_{10}},$$

$$b_m = \sqrt{Y_0^2 - g_c^2}$$

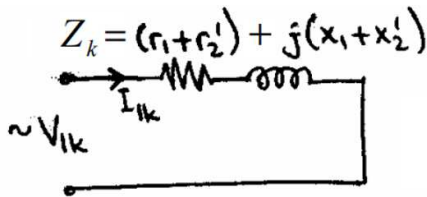
b) Kısa devre testi



Yukarıdaki devre kurulur. Primerde (en solda) akım kaynağı mutlaka ayarlı olmalı ve sıfır voltla başlatılmalıdır. Çünkü sekonderdeki ampermetre yaklaşık kısa devre gibi davranmaktadır. Primer gerilimi, sekonderden anma akımı geçene kadar, sıfırdan itibaren yavaş ve dikkatlice artırılır. Anma akımında, trafo sargılarının gerçek çalışma şartlarındaki gibi ısınması için 15-20 dakika beklenir. Daha sonra anma akımı geçtiği tekrar doğrulanarak, primerden uygulanan gerilim (V_{1k}), akım (I_{1k}) ve giriş gücü (P_{1k}) ölçülür.

Enerji kesilir ve bağlantılar söküldükten sonra sargılar soğumadan primer sargı direnci (r_1) ve sekonder sargı direncinden (r_2) en az biri ölçülür.

Bu çalışmada gerilim çok küçük olduğundan paralel kolun tamamen ihmal edildiği yaklaşık eşdeğer devre aşağıdaki hale gelir. Giriş gücü tamamen bakır kaybı varsayılarak seri eleman parametreleri yaklaşık olarak şöyle hesaplanır:



$$(r_1 + r_2') = \frac{P_{1k}}{I_{1k}^2}, \quad Z_k = \frac{V_{1k}}{I_{1k}},$$

$$(x_1 + x_2') = \sqrt{Z_k^2 - (r_1 + r_2')^2}$$

$x_1 = x_2' = \frac{(x_1 + x_2')}{2}$ varsayılır. Dirençlerden mesela r_1 ölçülmüşse, $r_2' = (r_1 + r_2') - r_1$ bulunur. Ters yansıtmayla, bulunan r_2 , ölçülmüşse ölçümle karşılaştırılarak deneyin güvenilirliği hakkında fikir edinilir. x_2' de benzer şekilde

ters yansıtılarak x_2 bulunur. Kaçak endüktansları da bulmak istersek kaçak reaktansları açısal frekansa ($\omega = 2\pi f$) böleriz.

Örnek

Tek fazlı, 50 Hz'lik, bir transformatöre açık devre testi ve kısa devre testleri uygulandığında, aşağıdaki gerilim, akım ve güç değerleri ölçülüyor (sadece V_{20} sekonderden, diğerleri primerden):

$$\text{Açık devre testi: } V_{10} = 480 \text{ V, } I_{10} = 0,835 \text{ A, } P_{10} = 170 \text{ W, } V_{20} = 240 \text{ V}$$

$$\text{Kısa devre testi: } V_{1k} = 21 \text{ V, } I_{1k} = 16,67 \text{ A, } P_{1k} = 200 \text{ W}$$

Ayrıca primer sargısı direnci $r_1 = 0,32 \Omega$ ölçüldüğüne göre trafonun eşdeğer devre parametrelerini yaklaşık olarak bulunuz. Sekonder sargısı direnç ve kaçak reaktansını, sekonderdeki değerleriyle de bulunuz. Ayrıca primer ve sekonder sargılarının kaçak endüktanslarını da bulunuz.

Çözüm:

$$g_c = \frac{170\text{W}}{(480\text{V})^2} = 738 \mu\text{S}, \quad Y_0 = \frac{0,835\text{A}}{480\text{V}} = 1740 \mu\text{S}, \quad b_m = \sqrt{1740^2 - 738^2} \mu\text{S} = 1575 \mu\text{S}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{480}{240} = 2$$

$$(r_1 + r_2') = \frac{200\text{W}}{(16,67\text{A})^2} = 0,72 \Omega, \quad Z_k = \frac{21\text{V}}{16,67\text{A}} = 1,26 \Omega, \quad (x_1 + x_2') = \sqrt{1,26^2 - 0,72^2} \Omega = 1,034 \Omega$$

$$r_2' = 0,72\Omega - 0,32\Omega = 0,40 \Omega, \quad x_1 = x_2' = \frac{1,034 \Omega}{2} = 0,517 \Omega$$

Sekonder sargısının direnç ve reaktansının sekonderdeki değerlerini bulalım:

$$r_2 = \frac{0,40\Omega}{2^2} = 0,10 \Omega, \quad x_2 = \frac{0,517\Omega}{2^2} = 0,129 \Omega$$

Kaçak endüktanslar için kaçak reaktansları $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 \text{ rad/s} = 314 \text{ rad/s}$ ile bölelim:

$$\text{Primer sargısı kaçak endüktansı } L_{1k} = \frac{0,517}{314} \text{ H} = 1646 \mu\text{H}$$

$$\text{Sekonder sargısı kaçak endüktansı } L_{2k} = \frac{0,129}{314} \text{ H} = 411 \mu\text{H}$$