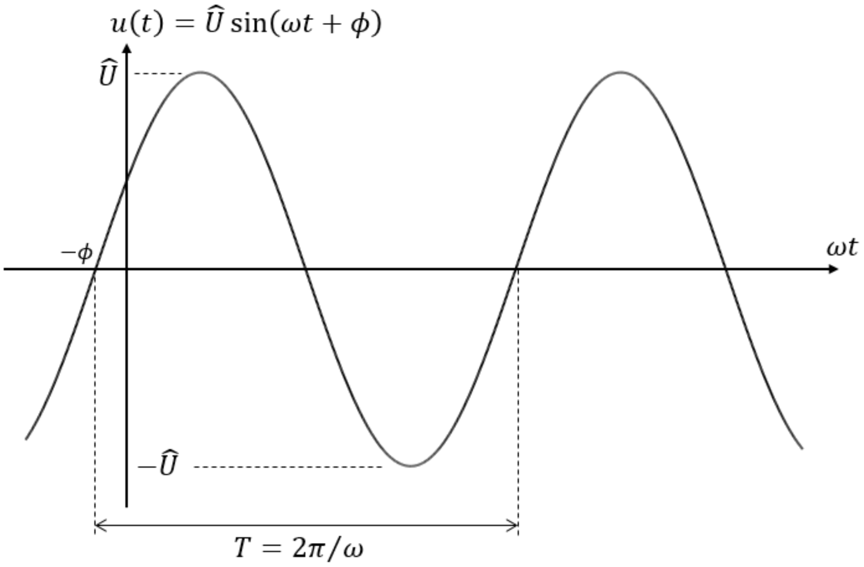
AC DEVRE ANALİZİ

"Alternatif akım (*alternating current* = *AC*)" teriminde her ne kadar "akım" denilse de kastedilen genellikle alternatif gerilimdir ve buna kısaca AC gerilim deriz. AC gerilim veya akımın zamana(t) göre fonksiyonu ($u(t)$) sinüzoidal olup belirli bir kalıba göre 3 bağımsız parametre ile tam olarak ifade edilebilir:



$\hat{U}$: Genlik (V veya A)

T : Periyot (s)

$\omega = 2\pi f$: Açısal frekans (rad/s)

$f = 1/T$: Frekans (Hz)

ϕ : Faz (derece ya da rad)

(T , ω ve f 'den yalnız biri bağımsız parametre alınabilir.)

Eğer $u(t)$ bir R direnci üzerindeki akım fonksiyonu ise, bu direncin ortalama gücü: $P_R = \frac{1}{T}\int_0^T R\cdot[u(t)]^2 dt$

Eğer $u(t)$ bir R direnci üzerindeki gerilim fonksiyonu ise, bu direncin ortalama gücü: $P_R = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{[u(t)]^2}{R} dt$

Yani "direncin ortalama gücü" = direnç × "akımın kare ortalaması" = "gerilimin kare ortalaması" / direnç olmaktadır. Bu yüzden "kare ortalamasının karekökü (rms = *root mean square*)", "etkin değer" veya "efektif değer" adıyla çokça kullanılır:

$$U_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [u(t)]^2 dt}$$

Yani direncin akımının etkin değerine I_{rms} , geriliminin etkin değerine V_{rms} dersek, ortalama güç

$$\boxed{P_R = RI_{\text{rms}}^2 = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R}}$$

"Etkin değer" denilmesinin nedeni, direnç üzerindeki ortalama güç hesabında, akımın ve gerilimin etkin değerlerinin tıpkı DC akım ve gerilim gibi kullanılabilmesinden dolayıdır. Ancak dirençten başka bir eleman veya saf dirençten oluşmayan bir devre üzerindeki ortalama güç böyle hesaplan**maz**.

Yalnız sinüzoidal dalgalara özel olarak etkin değer ile genlik arasındaki ilişki şöyle bulunur:

$$U_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{U}^2 \underbrace{\sin^2(\omega t + \phi)}_{\frac{1}{2}(1-\cos(2\omega t + 2\phi))} dt = \frac{1}{T}\left[\frac{\hat{U}^2}{2}t\right]_0^T - \frac{1}{T}\left[\frac{\hat{U}^2}{4\omega}\sin(2\omega t + 2\phi)\right]_0^T$$

En sağdaki sin içinde alt sınır ve üst sınır konması arasında $2\omega T = 4\pi$ kadarlık açı farkı vardır ki bu fark etkisiz olduğundan en sağdaki sınır parantezi sıfıra eşittir. Bu yüzden $U_{\text{rms}}^2 = \hat{U}^2 \cdot (T-0)/(2T)$ yani:

$$\boxed{U_{\text{rms}} = \hat{U}/\sqrt{2}}$$

Dikkat: Bu formül sinüzoidal dalgalar için geçerlidir. Farklı dalga şekilleri için genlik ile rms değer ilişkisi farklıdır. Mesela simetrik kare dalganın karesi sabit olduğundan rms değeri genliğine eşittir.

Aksi söylenmedikçe AC ampermetre ve voltmetre, AC dalgalar için rms değerleri gösterir. Üzerinde "*true rms*" yazanlar ise her dalga şekli için rms değeri gösterir.

RLC devrelerinde tüm akım ve gerilim kaynaklarının fonksiyonları aynı frekansla $u(t) = \hat{U}\sin(\omega t + \phi)$ kalıbında ise, tüm elemanların akım ve gerilimleri de *geçici durum*dan sonra gelen *sürekli durum*da aynı frekansla bu kalıpta olacaktır. Çünkü bu kalıptaki bir fonksiyonun kaç defa türevi alınırsa alınsın, yine aynı frekansta ve aynı kalıpta olacaktır. Sadece faz açısı ve genliği (dolayısıyla rms değeri) değişebilir. Devrelerde türevsel elemanların çok kullanılmasından dolayı sinüzoidal dalgaların yaygın olarak tercih edilmesinin başlıca nedeni budur. Başka bir fonksiyon kullanılsaydı, her bir bobin veya kondansatörden dolayı devrenin her bir yerindeki fonksiyonlar farklı türlerde olurlardı. (Üstel fonksiyonlarla da kalıp aynı kalırdı; fakat onlar da ya sönümlenip sıfırlandıkları ya da sonsuza gittikleri için kullanışsızdır. Geriye kullanışlı iki kalıp kalmaktadır: DC ve AC)

Bilinen tek frekanslı tüm akım ve gerilimleri 2 bağımsız parametre ile gösterebiliriz. *Kutupsal gösterim*de bu parametrelerden biri fazdır (ϕ); diğerini genlik yerine etkin değer almak daha yaygın bir kabuldür. Ya da

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U_{\text{rms}} \sin(\omega t + \phi) = \sqrt{2}\left(\underbrace{U_{rms}\cos\phi}_{a}\sin\omega t + \underbrace{U_{rms}\sin\phi}_{b}\cos\omega t\right)$$

Yani ya $(U_{\text{rms}}\,,\phi)$ ikilisi ya da $(a\,,b)$ ikilisi ile ifade etmek kullanışlıdır. Fakat buradaki fazı $\sin(\omega t)$ fonksiyonuna göre faz farkı almak zorunda değiliz; $\cos(\omega t)$ fonksiyonuna göre de alabiliriz. (Hatta herhangi bir fazdakini de referans alabiliriz, ama yanılma ihtimalini artırmamak için yalnız bu ikisinden birini referans almayı tercih ederiz.)

Akım ve gerilimler, kutupsal gösterimdeki açı yönünde ve büyüklüğü rms değer olan 2 boyutlu vektörlerle de ifade edilebilir. Bu durumda *a* ve *b*, sırasıyla o vektörün yatay ve düşey bileşenleridir. Bu vektörlere *fazör* de denir. Karmaşık sayılar da aynı şekilde gösterilebildiği için fazörleri karmaşık sayılarla göstermek oldukça kullanışlıdır.

Örnek: Bir kaynak gerilimi $v_1(t) = \sqrt{2} \times 20\text{V}\sin(\omega t + 30°) \;\; \rightarrow \;\; \vec{V}_1 = 20\text{V}\angle 30° = \left(10\sqrt{3} + j10\right)\text{V}$ diye alınarak, devrenin bir yerindeki akım vektörü $\vec{I}_2 = (3 - j4)\text{A} = 5\text{A}\angle(-53{,}13°)$ bulunuyorsa, bu akımın zamana göre ifadesi $i_2(t) = \sqrt{2} \times 5\text{A}\sin(\omega t - 53{,}13°)$ demektir.

Örnek: Bir kaynak akımı $i_1(t) = \sqrt{2} \times 2\text{A}\cos(\omega t - 27°) \;\; \rightarrow \;\; \vec{I}_1 = 2\text{A}\angle(-27°)$ diye alınıyorsa ve devredeki bir gerilim kaynağı da $v_2(t) = \sqrt{2} \times 40\text{V}\sin(\omega t + 38°)$ ise bunu da referansını kullandığımız cos cinsine göre düşünüp $v_2(t) = \sqrt{2} \times 40\text{V}\cos(\omega t + 38° - 90°) \;\; \rightarrow \;\; \vec{V}_2 = 40\text{V}\angle(-52°)$ diye kullanılır. Sonuçta devrenin bir yerlerinde karmaşık olarak mesela aşağıdaki gibi bulunan akım ve gerilimlerin zamana göre fonksiyonları şöyle yazılır: $\vec{I}_3 = (3 - j4)\text{A} = 5\text{A}\angle(-53{,}13°) \;\; \rightarrow \;\; i_3(t) = \sqrt{2} \times 5\text{A}\cos(\omega t - 53{,}13°)$

$$\vec{V}_4 = 14\text{V}\angle 145° \;\; \rightarrow \;\; v_4(t) = \sqrt{2} \times 14\text{V}\cos(\omega t + 145°)$$

Empedans ve Admitans

R, L, C elemanlarından oluşan devrelerde akım-gerilim ilişkileri doğrusal olduğu için, bu parametre çiftleriyle yapılan hesaplamalarda doğrusallık, *empedans* ya da *admitans* adı verilen karmaşık katsayılarla ifade edilebilmektedir. Empedans($\vec{Z}$) ve admitans($\vec{Y}$), sırasıyla tıpkı DC devrelerdeki direnç ve iletkenlik gibi, fakat karmaşık sayılarla tanımlanır ve kullanılır:

$$\boxed{\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}}} \qquad \boxed{\vec{Y} = \frac{\vec{I}}{\vec{V}} = \frac{1}{\vec{Z}}}$$

Formüllerindeki benzerlikten dolayı seri ya da paralel bağlı empedansların eşdeğeri dirençlerdeki gibi hesaplanır. Admitanslarınki de iletkenliklerinki gibi hesaplanır. Diğer kısmi devre analiz yöntemleri de (kaynak dönüşümü, etkisiz elemanlar, Thevenin veya Norton eşdeğeri vb) tam devre analizi yöntemleri de (çevre veya düğüm) DC devrelerdeki gibi fakat karmaşık sayılarla AC devrelerde sürekli durum çözümlerinde kullanılabilir. En son bulunan karmaşık akım ve gerilimler, başlangıçtaki kabule göre (ω, $\sin(\omega t)$ ya da $\cos(\omega t)$) zamana bağlı ifadelere dönüştürülebilirler.

Empedansın birimi Ω (direnç gibi), admitansın birimi S (iletkenlik gibi).

Empedansın reel kısmına direnç (*rezistans*), sanal kısmına *reaktans* denir.

Admitansın reel kısmına iletkenlik (*kondüktans*), sanal kısmına *süseptans* denir.

Bobinin empedansı

$$i_L(t) = \sqrt{2} I_L \sin(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad \vec{I}_L = I_L \angle \phi$$

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = \sqrt{2}\omega L I_L \cos(\omega t + \phi) = \sqrt{2}\omega L I_L \sin(\omega t + \phi + 90°) \quad \rightarrow \quad \vec{V}_L = (\omega L I_L)\angle(\phi + 90°)$$

$$\vec{Z}_L = \frac{\vec{V}_L}{\vec{I}_L} = \frac{(\omega L I_L)\angle(\phi + 90°)}{I_L \angle \phi} = \omega L \angle 90° \quad \rightarrow \quad \boxed{\vec{Z}_L = j\omega L}$$

Bobinin akımı geciktirdiğini görmüştük. Bobin gerilimi, akımına göre 90° ileridedir. Türev alıcı, fazı 90° ilerletir.

Bobinin reaktansı ωL 'dir.

Kondansatörün empedansı

$$i_C(t) = \sqrt{2} I_C \sin(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad \vec{I}_C = I_C \angle \phi$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)d\tau = -\frac{\sqrt{2} I_C}{\omega C}\cos(\omega t + \phi) = \frac{\sqrt{2} I_C}{\omega C}\sin(\omega t + \phi - 90°) \quad \rightarrow \quad \vec{V}_C = \left(\frac{I_C}{\omega C}\right)\angle(\phi - 90°)$$

Sürekli durum çözümünde alt sınırdan dolayı gelen integral sabiti sadece kaynağın DC bileşeni varsa sıfırdan farklı olabilir. AC devre analizinde olmadığından sıfır aldık.

$$\vec{Z}_C = \frac{\vec{V}_C}{\vec{I}_C} = \frac{\left(\frac{I_C}{\omega C}\right)\angle(\phi - 90°)}{I_C \angle \phi} = \left(\frac{1}{\omega C}\right)\angle(-90°) \quad \rightarrow \quad \boxed{\vec{Z}_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}}$$

Kondansatörün gerilimi geciktirdiğini görmüştük. Kondansatör gerilimi, akımına göre 90° geridedir. İntegral alıcı, fazı 90° geriletir.

Kondansatörün reaktansı $\frac{-1}{\omega C}$ 'dir.

Güç

AC devrelerde farklı güç tanımları vardır.

Anlık Güç

İki uçlu bir elemanın veya devrenin bu uçlarındaki akım ve gerilim ile hesaplanır:

$$p(t) = v(t)i(t)$$

Bu eleman veya devre, bu gücün artı olduğu anlarda tüketici, eksi olduğu anlarda üreticidir. Aslında bu tanım AC devrelere mahsus değildir. En genel güç tanımıdır.

Aktif Güç
Ortalama güçtür.

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)i(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega t=0}^{2\pi} v(t)i(t)d(\omega t)$$

Gerilim $\vec{V} = V\angle\theta_v$ yani $v(t) = \sqrt{2}V\sin(\omega t + \theta_v)$, akım $\vec{I} = I\angle\theta_i$ yani $i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \theta_i)$ ise,

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega t=0}^{2\pi} \sqrt{2}V\sin(\omega t + \theta_v)\sqrt{2}I\sin(\omega t + \theta_i)\,d(\omega t) = \frac{VI}{\pi}\int_{\omega t=0}^{2\pi} \underbrace{\sin(\omega t + \theta_v)\sin(\omega t + \theta_i)}_{\frac{1}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) - \frac{1}{2}\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)}\,d(\omega t)$$

$[0\,,2\pi]$ aralığında $\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$ fonksiyonu (ωt) 'ye göre 2 tam periyot yaptığından bu aralık üzerinden integrali sıfırdır. Diğer terim ise sabit olduğundan, integrali bu aralık genişliği (2π) ile çarpımıdır:

$$P = \frac{VI}{\pi}\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos(\theta_v - \theta_i)\cdot 2\pi = \boxed{P = VI\cos\varphi}$$

Burada $\boxed{\varphi = \theta_v - \theta_i}$ açı farkı, *güç açısı*dır.

Aktif gücün birimi, anlık güçteki gibi *watt*tır (W).

Bobin ve kondansatörün aktif güçleri sıfırdır. Bunlar periyodik olarak enerjiyi depolayıp geri verirler.

Görünür Güç
Elektrik enerjisi hizmet sunumunda, tüketicinin harcadığı enerji dışındaki masraflar, demir nüve (çekirdek) ve yalıtım gibi hususlarda gerilime (V) göre, iletken kesiti gibi hususlarda akıma (I) göre artar. Bu yüzden kurulum, dağıtım gibi masraflarda kullanılmak üzere

$$\boxed{S = VI}$$

görünür güç adıyla tanımlanır. Watt ile aynı boyutta olmasına rağmen, aktif güçle karışmaması için birimi *volt·amper* (VA) adıyla kullanılır.

Bir motorun, trafonun vb AC sistemlerin büyüklüğü hakkında fikir veren, görünür güçtür.

Reaktif Güç
Elektrik dağıtıcısı, konutlar gibi küçük tüketicileri harcadıkları enerji oranında, yani aktif güç hesabıyla ücretlendirir. Büyük tüketiciler için ise aktif güç görünür güçten küçük olursa, dağıtım firması bundan rahatsız olur. İster ki tüketici, ihtiyacı olan aktif gücü ona eşit görünür güçle çeksin, çünkü tüketicinin alacağı bazı önlemlerle bu mümkündür. Bu önlemler alınmazsa, dağıtım firması aynı aktif (ortalama) gücü aynı gerilimde daha çok akımla sunmuş olur, yani daha çok Ri^2 kayıpları ile. Mesela yükteki bobin ve kondansatörlerin ortalama aktif güçleri sıfırdır, bunlar enerji depolayıp geri vererek fazla akım çekilmesine neden olurlar. Dağıtım firmasının bu rahatsızlığının ölçüsü, toplanabilir olması da istendiği için *reaktif güç* adıyla şöyle tanımlanır:

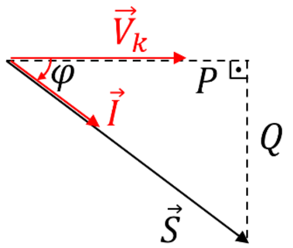
$$\boxed{Q = VI\sin\varphi}$$

Watt ve VA ile aynı boyutta olmasına rağmen, aktif ve görünür güçle karışmaması için birimi *volt·amper reaktif* (VA_r) adıyla kullanılır (Buradaki "r" aslında alt indistir, fakat kolaylık için "*var*" diye okunur ve yanlış biçimde normal büyük harfle yazıldığına sıkça rastlanır).

Endüktif yüklerde, yani empedansının sanal kısmı artı olan yüklerde akım gerilimden geri fazda olduğu için $\varphi = \theta_v - \theta_i > 0$, dolayısıyla $Q > 0$ 'dır. Kapasitif yüklerde, yani empedansının sanal kısmı eksi olan yüklerde akım gerilimden ileri fazda olduğu için $\varphi = \theta_v - \theta_i < 0$, dolayısıyla $Q < 0$ 'dır. Reaktif gücün artı olması da eksi olması da aynı derece rahatsızlık verir. Sıfıra ne kadar yakın olursa o kadar iyidir. Artı veya eksi işaret, sıfırlanması için hangi yönde ekleme yapılması gerektiğini anlamamıza yarar.

Karmaşık Güç ve Güç Üçgeni

Büyüklüğü görünür güç, gerçel kısmı aktif güç, sanal kısmı reaktif güç olan vektör veya karmaşık sayıdır:



$$\boxed{\vec{S} = P + jQ = \vec{V}\vec{I}^*}$$

$$= (V\angle\theta_v)\,(I\angle(-\theta_i)) = VI\angle(\theta_v - \theta_i) = S\angle\varphi$$

Ancak bu vektörün güç üçgeni ile gösteriminde, artı olan açı aşağı tarafta gösterilir. Güç dengesi karmaşık güç için de geçerlidir.

Güç Faktörü

Aktif gücün görünür güce oranıdır: $\boxed{GF = P/S = \cos\varphi}$

Daha belirgin olması için $\varphi > 0$ (endüktif) ise "*geri*", $\varphi < 0$ (kapasitif) ise "*ileri*", kelimesiyle birlikte kullanılır. Bu kelime, <u>akımın gerilime göre</u> faz durumunu ifade eder.

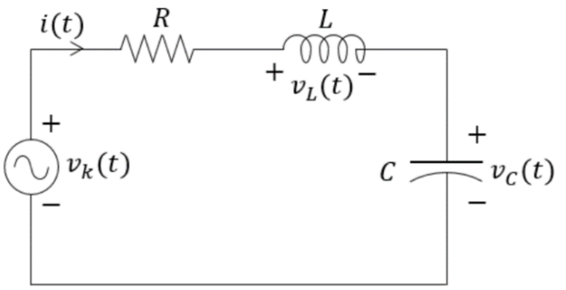
Mesela "$\cos\varphi = 0{,}8$ geri" demek, akımın gerilimden $36{,}9°$ geri olduğu endüktif yük demektir.

Mesela "$\cos\varphi = 0{,}5$ ileri" demek, akımın gerilimden $60°$ ileri olduğu kapasitif yük demektir.

Hem endüktif hem kapasitif yük için $\cos\varphi > 0$ olduğuna dikkat ediniz. Zaten tam bir belirtme için "geri" ya da "ileri" kelimelerine bu yüzden ihtiyaç duyulur. $\cos\varphi = 1$ durumuna ise *birim güç faktörü* denir, "geri" ya da "ileri" denilmez.

Güç dengesindeki standart yön tanımına (akımın artıdan girip eksiden çıkacak yönde akım ve gerilim tanımlanmasına) göre üreticilerde $\cos\varphi < 0$ olur.

Örnek 1:

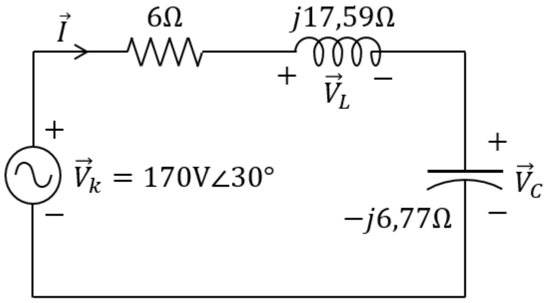


Şekildeki devrede $v_k(t) = \sqrt{2}\cdot 170\text{V}\cdot\cos(100\pi t + 30°)$, $R = 6\Omega$, $L = 56\text{mH}$, $C = 470\mu\text{F}$ olduğuna göre,

$i(t) = ?$ $\quad v_L(t) = ?$ $\quad v_C(t) = ?$

RLC elemanları üzerindeki toplam görünür, aktif ve reaktif güçler ile güç faktörünü bulunuz. Aktif gücün, direnç üzerindeki güce eşit olduğunu da gösteriniz.

Çözüm: $\omega = 100\pi\ \text{rad/s}$ Direncin empedansı kendi değeridir.



Bobinin empedansı $j\omega L = j100\pi \times 0{,}056\ \Omega = j17{,}59\ \Omega$

Kondansatörün empedansı $\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j100\pi\times 470\times 10^{-6}}\ \Omega = -j6{,}77\ \Omega$

$v_k(t) \ \rightarrow\ \vec{V}_k = 170\text{V}\angle 30°$

$$\vec{I} = \frac{170\angle 30°}{6 + \underbrace{j17{,}59 - j6{,}77}_{j10{,}82}}\text{A} = \frac{170\angle 30°}{12{,}37\angle 61{,}0°}\text{A} = 13{,}74\text{A}\angle(-31{,}0°) \ \rightarrow\ i(t) = \sqrt{2}\cdot 13{,}74\text{A}\cdot\cos(100\pi t - 31{,}0°)$$

$$\vec{V}_L = j\omega L\vec{I} = \underbrace{j17{,}59\Omega}_{17{,}59\Omega\angle 90°} \times 13{,}74\text{A}\angle(-31{,}0°) = 241{,}7\text{V}\angle 59{,}0° \ \rightarrow\ v_L(t) = \sqrt{2}\cdot 241{,}7\text{V}\cdot\cos(100\pi t + 59{,}0°)$$

$$\vec{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\cdot\vec{I} = \underbrace{-j6{,}77\Omega}_{6{,}77\Omega\angle(-90°)} \times 13{,}74\text{A}\angle(-31{,}0°) = 93{,}1\text{V}\angle(-121{,}0°) \ \rightarrow\ v_C(t) = \sqrt{2}\cdot 93{,}1\text{V}\cdot\cos(100\pi t - 121{,}0°)$$

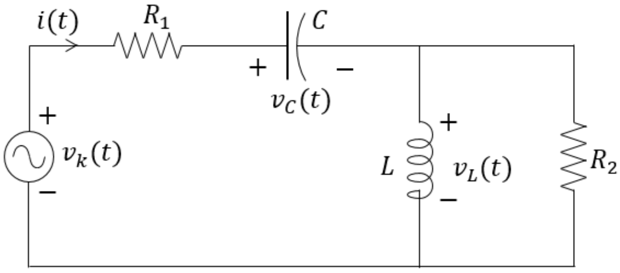
RLC elemanları üzerindeki toplam karmaşık güç, devredeki tek kaynağın verdiği güce eşittir, yani akımı şekilde gösterildiği gibi artıdan çıkan yönde alınarak hesaplanan şu güce:

$$\vec{S}=\vec{V}_k\vec{I}^*=(170\text{V}\angle 30°)(13{,}74\text{A}\angle 31{,}0°)=\underbrace{2336\text{VA}}_{S}\angle 61{,}0°=\underbrace{1132\text{W}}_{P}+j\,\underbrace{2043\text{VA}_r}_{Q}$$

Güç faktörü ise: $GF=P/S=1132/2336=0{,}485$ geri (çünkü güç açısı $=61{,}0°>0°$, akım geride)

Yalnız direnç üzerinden rms akımla hesaplanan güç $=6\Omega\times(13{,}74\text{A})^2=1132\text{W}=P$ ✓

Örnek 2: Yandaki devrede $R_1=45\Omega$, $R_2=25\Omega$, $L=0{,}22\text{H}$, $C=1\text{mF}$, $v_k(t)=\sqrt{2}\cdot 90\text{V}\cdot\cos(70t-60°)$ olduğuna göre $i(t)$ ve $v_L(t)$ ifadeleri ile bunların etkin değerlerini bulunuz. Kaynağın devreye verdiği aktif, reaktif ve görünür güçler ile devrenin güç faktörünü de bulunuz. Bu aktif gücün, dirençler üzerindeki toplam ortalama güce eşit olduğunu gösteriniz.

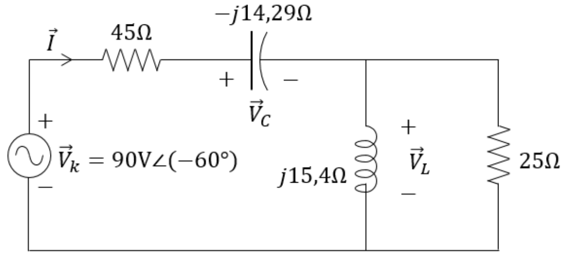


Çözüm: $\omega=70\,\text{rad/s}$

Dirençlerin empedansları kendi değerleridir.

Bobinin empedansı $j\omega L=j70\times 0{,}22\,\Omega=j15{,}4\,\Omega$

Kondansatörün empedansı $\frac{1}{j\omega C}=\frac{1}{j70\times1\times10^{-3}}\,\Omega=-j14{,}29\,\Omega$



Faz açılarını cos fonksiyonuna göre alırsak yandaki şekilde gösterilen karmaşık değerlerle devreyi çözeriz:

Bobin ile R_2 'nin paralel eşdeğeri

$$(j15{,}4\parallel 25)\Omega=\frac{25\times j15{,}4}{25+j15{,}4}\Omega=\frac{j385}{(25+j15{,}4)}\cdot\frac{(25-j15{,}4)}{(25-j15{,}4)}\Omega=\frac{5929+j9625}{\underbrace{25^2+15{,}4^2}_{862{,}16}}\Omega=(6{,}87+j11{,}16)\Omega$$

$$\vec{I}=\frac{90\angle(-60°)}{45-j14{,}29+6{,}87+j11{,}16}\text{A}=\frac{90\angle(-60°)}{\underbrace{51{,}88-j3{,}12}_{51{,}971\angle(-3{,}44°)}}\text{A}=\underbrace{1{,}732\text{A}}_{I_{\text{rms}}}\angle(-56{,}56°)$$

$$\vec{V}_L=\underbrace{(6{,}87+j11{,}16)}_{13{,}111\angle 58{,}4°}\Omega(1{,}732\text{A}\angle(-56{,}56°))=\underbrace{22{,}71\text{V}}_{V_L^{\text{rms}}}\angle 1{,}8°$$

Kaynağın devreye verdiği güç sorulduğu için, $\vec{I}$ akımının şekildeki gibi kaynağın artı ucundan çıkan yöndeki değeri kullanılarak:

$$\vec{S}=\vec{V}_k\vec{I}^*=(90\text{V}\angle(-60°))(1{,}732\text{A}\angle 56{,}56°)=\underbrace{155{,}9\text{VA}}_{S}\angle(-3{,}44°)=\underbrace{155{,}6\text{W}}_{P}+j\,\underbrace{(-9{,}4\text{VA}_r)}_{Q}$$

Yalnız dirençler üzerindeki güçlerin toplamı $=R_1I_{\text{rms}}^2+\frac{(V_L^{\text{rms}})^2}{R_2}=\left(45\times1{,}732^2+\frac{(22{,}71)^2}{25}\right)\text{W}=155{,}6\text{W}$✓

Güç faktörü $GF=155{,}6/155{,}9=0{,}9982$ ileri (çünkü $\vec{I}$ 'nın açısı $\vec{V}_k$ 'nın açısından daha büyük)

Zamana bağlı ifadeler ise:

$$\vec{I}=1{,}732\text{A}\angle(-56{,}56°)\quad\rightarrow\quad i(t)=\sqrt{2}\cdot1{,}732\text{A}\cdot\cos(70t-56{,}56°)$$

$$\vec{V}_L=22{,}71\text{V}\angle 1{,}8°\quad\rightarrow\quad v_L(t)=\sqrt{2}\cdot22{,}71\text{V}\cdot\cos(70t+1{,}8°)$$

Kompanzasyon

Reaktif gücün, kullanıcının alacağı bazı önlemlerle sıfırlanabileceğini söylemiştik. RLC elemanları ve tek frekanslı kaynaklardan oluşan bir AC devrede reaktif gücü sıfırlamak için yüke ilaveten reaktans bağlanmasına kompanzasyon denir. Genellikle yükler endüktif olduğu için kondansatör bağlanır. Fakat kapasitif yükün kompanzasyonu söz konusu olursa da bobin bağlanır. Genellikle gerilim kaynağıyla çalışıldığından, asıl yükün gerilimini bozmamak için reaktans asıl yüke paralel bağlanır. Devrede kaynak yoksa devrenin eşdeğer empedansı omik olacak değerde reaktans bağlanmalıdır. Devrede kaynak da varsa, şebekeye bakan taraftan hesaplanan reaktif gücün aksi işaretli reaktif güce sebep olacak değerde reaktans bağlanır. Yük zaman zaman değişebilir. Reaktif güçteki büyük değişimlerde kompanzasyon reaktansları (genellikle kapasitörler) kademeli olarak devreye alınıp çıkartılarak, şebekenin gördüğü güç faktörü 1.0'a olabildiğince yakın tutulur.

Kompanzasyon reaktansına X_c , kaynak gerilimi rms değerine V_k dersek bunların vektörel (karmaşık) değerleriyle görünür gücü $\vec{S}_c = \vec{V}_k\left(\vec{V}_k/\vec{X}_c\right)^* = 0 + jQ_c$ olur, çünkü, $\vec{X}_c$ sırf sanaldır. Bu yüzden

$$Q_c = \frac{V_k^2}{X_c} \quad \rightarrow \quad X_c = \frac{V_k^2}{Q_c}$$

olmalıdır. Eğer $X_c < 0$ ise kapasitif kompanzasyon gerektiği için gereken paralel kapasitans şöyle bulunur:

$$C_c = \frac{1}{(-X_c)\omega}$$

Örnek: Örnek 1'deki devrede kaynağın gördüğü reaktif gücü sıfırlamak için kaynağa paralel bağlanacak kondansatörü bulalım:

Çözüm: Devrede $Q = 2043\text{VA}_r$ olduğu için kompanzasyon kondansatörünün gücü $Q_c = -2043\text{VA}_r$ olmalıdır.

$$X_c = \frac{170^2}{-2043}\Omega = -14{,}15\Omega \quad \rightarrow \quad C_c = \frac{1}{(+14{,}15)100\pi}\text{F} = 225\mu\text{F}$$

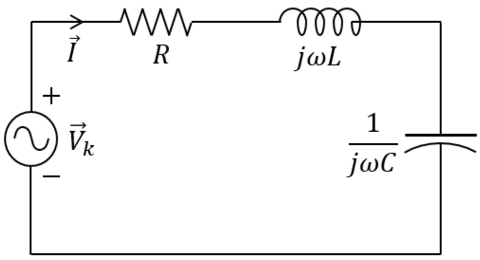
bulunur.

Rezonans

Farklı frekanslar arasında salınım genliğini en büyük yapan frekanstaki çalışmaya *rezonans* denir. AC devrede bobin ve kondansatör elemanlarının empedansı frekansa bağlıdır. Tek kaynaklı RLC devrelerinde kaynak uçlarına göre empedansın sanal kısmını sıfır yapan frekans genellikle rezonans frekansıdır. Seri ve paralel rezonansta kesinlikle böyledir.

Seri Rezonans

Devredeki tüm bobin ve kondansatörler seri haldedir. Direnç ile kaynağın gerilim kaynağı ve ona seri dirençle bu gruba seri olması ya da akım kaynağı ve ona paralel direnç ile bu gruba paralel olması prensipte rezonans bakımından aynıdır. Basitleştirilirse seri rezonans devresi şöyledir:



$$Z_s(\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}_{\text{rezonansta sıfır}}$$

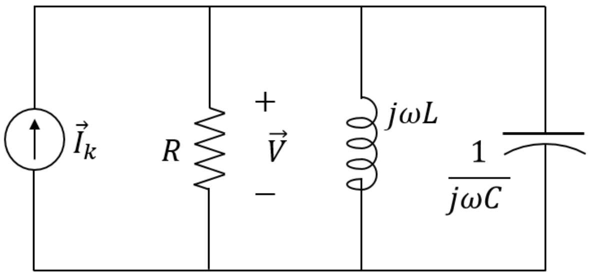
Rezonansta $\omega = \boxed{\omega_0 = 1/\sqrt{LC}}$

ve $Z_s(\omega_0) = R$ olur.

Seri rezonansta bobin ve kondansatörlerin AC eşdeğeri kısa devredir. Anlık değişkenlerle düşünürsek, akım sıfırdan geçerken kondansatör gerilimi mutlak değerce en büyük değerini alır. ωt'deki 90° ilerlemeden sonra kondansatör gerilimi sıfırdan geçerken akım mutlak değerce en büyük değerini alır. Bir sonraki iki 90°'lik sürede de aynı şeyler öncekine göre zıt işaretli akım ve gerilimlerle olur. Yani depolanan enerji 90°'lik aralarla bir tamamen kondansatöre, bir de tamamen bobine aktarılır. Kaynak ile enerji alışverişi sadece geçici tepki sırasında olup sürekli durumda olmadığı için rezonans, ideal kompanzasyon durumudur. Bobin ve kondansatörün AC eşdeğerinin kısa devre olmasından dolayı, sadece gerilim kaynağına seri direncin çok küçük olduğu durumlarda seri rezonansta aşırı akım tehlikesi vardır.

Paralel Rezonans

Devredeki tüm bobin ve kondansatörler paralel haldedir. Direnç ile kaynağın gerilim kaynağı ve ona seri dirençle bu gruba seri olması ya da akım kaynağı ve ona paralel direnç ile bu gruba paralel olması prensipte rezonans bakımından aynıdır. Basitleştirilirse paralel rezonans devresi şöyledir:



$$\frac{1}{\vec{Z}_p(\omega)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\underbrace{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}_{\text{rezonansta sıfır}}$$

Rezonansta yine $\omega = \boxed{\omega_0 = 1/\sqrt{LC}}$

ve $\vec{Z}_p(\omega_0) = R$ olur.

Paralel rezonansta bobin ve kondansatörlerin AC eşdeğeri açık devredir. Anlık değişkenlerle düşünürsek, gerilim sıfırdan geçerken bobin akımı mutlak değerce en büyük değerini alır. ωt'deki 90° ilerlemeden sonra bobin akımı sıfırdan geçerken gerilim mutlak değerce en büyük değerini alır. Bir sonraki iki 90°'lik sürede de aynı şeyler öncekine göre zıt işaretli akım ve gerilimlerle olur. Yani depolanan enerji 90°'lik aralarla bir tamamen kondansatöre, bir de tamamen bobine aktarılır. Kaynak ile enerji alışverişi sadece geçici tepki sırasında olup sürekli durumda olmadığı için rezonans, ideal kompanzasyon durumudur. Bobin ve kondansatörün AC eşdeğerinin açık devre olmasından dolayı, sadece akım kaynağına paralel direncin çok büyük olduğu durumlarda paralel rezonansta aşırı gerilim tehlikesi vardır. Fakat bu çok nadir bir durumdur.

Dikkat:

Kaybı çok küçük olan bir sistemin rezonans frekansına *doğal frekans* da denir. Çünkü kaybı az olan bir sisteme dışarıdan kısa bir süre enerji verilip kesilirse, kendi halinde kalan sistem yaklaşık (kayıp sıfır ise tam) olarak bu frekansla salınım yapar.

Rezonans ile zorlanmış rezonansı karıştırmayınız. Sisteme doğal frekansında giriş uygulanırsa, diferansiyel denklem çözümlerinde özel çözümde *t* çarpanı gelme durumu ortaya çıkar. Kayıp da az ise değişkenleri *t* çarpanı ile artan genlikle salınım yapar. Köprü veya bardak gibi bazı sistemlerde yıkım yapan zorlanmış rezonanstır.

Filtreler (Süzgeçler)

Bağımsız kaynak içermeyen doğrusal bir devrenin giriş kabul edilen (dışarıdan kaynak bağlanacak) uçlarındaki akım ya da gerilime anlık olarak $u(t)$, bunun tek frekanslı AC çalışmadaki fazör karşılığına da $\vec{U}(\omega)$ diyelim. Çıkış kabul edilen (dışarıya hizmet veren) uçlarındaki akım ya da gerilime anlık olarak $y(t)$, bunun tek frekanslı AC çalışmadaki fazör karşılığına da $\vec{Y}(\omega)$ diyelim. Doğrusal ve zamanla değişmeyen devrelere mahsus olarak

$$\vec{H}(\omega) = \frac{\vec{Y}(\omega)}{\vec{U}(\omega)} = |H(\omega)|e^{j\measuredangle H(\omega)}$$

transfer fonksiyon veya *karmaşık kazanç* diye tanımlanır (burada $\measuredangle H(\omega)$ gösterimi $\vec{H}(\omega)$'nın kutupsal gösterimindeki açısı anlamındadır). $|H(\omega)|$ genlik kazancı, $\measuredangle H(\omega)$ ise çıkışta girişe göre oluşan faz kaymasıdır.

Giriş ve çıkışın her ikisi de akım ya da her ikisi de gerilim ise kazanç birimsizdir.

Giriş akım, çıkış gerilim ise kazanç empedans(direnç) boyutundadır, yani birimi Ω'dur.

Giriş gerilim, çıkış akım ise kazanç admitans(iletkenlik) boyutundadır, yani birimi S'dir.

Mekanik veya başka türde doğrusal zamanla değişmez sistemlerde de benzer şekilde transfer fonksiyon veya kazanç tanımı kullanılmaktadır.

Bu devre veya sistem, bazı özelliklere sahipse *filtre* (*süzgeç*) olarak kullanılabilir. Yani girişe tek frekanslı sinüzoidal dalga değil de farklı bir dalga şeklinde bir sinyal uygulandığında, o sinyalin içindeki bazı frekans bileşenlerini, diğer frekanslardaki bileşenlere göre daha belirgin hale getirebilir veya zayıflatabilir.

Fourier serisi

Periyodik herhangi bir dalga çok özel istisnalara takılmıyorsa (*Drichlet şartları* denilen ve matematiksel bazı zorlamalar dışında pratikte parçalı sürekli hemen her sinyal için sağlanan şartları sağlıyorsa), ana frekansın tam katı frekanslarda sinüzoidal dalgaların toplamı halinde ifade edilebilir. Dalganın bu şekilde ifadesine *Fourier serisi* denir.

Dalganın ortalama değerine *DC bileşen* denir ve **sıfır frekanslı** bileşen olarak da düşünülebilir.

Dalga ile aynı frekanslı sinüzoidal bileşene *temel bileşen* veya *1. harmonik* denir.

Dalganın ana frekansının *k* katı frekanstaki sinüzoidal bileşene *k. harmonik* denir.

Ayrıca periyodik olmayan sinyaller de sonsuz küçük frekans adımlarıyla değişen frekans bileşenlerinin toplamı gibi düşünülebilir. Böyle bir sinyalde yavaş değişen kısımlar, alçak (sıfıra yakın) frekans bileşenlerine karşılık gelir. Hızlı değişen kısımlar ise yüksek frekans bileşenlerine karşılık gelir.

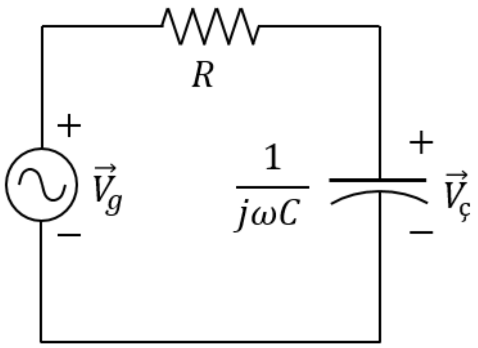
Alçak Geçiren Filtre (LPF)

$H(0) \neq 0$ olup ω arttıkça $|\vec{H}(\omega)|$ azalıyor ve $H(\infty) = 0$

oluyorsa böyle devre veya sistemler alçak geçiren süzgeç özelliği gösterirler. Gürültü sinyalleri genellikle yüksek frekanslı olduğu için bunlardan kurtulmak amacıyla kullanılırlar. Ayrıca mekanikte titreşim ve ani darbelerden etkilenmeyi azaltan amortisör de alçak geçiren bir süzgeçtir.

Örnek: Gerilim için en basit alçak geçiren filtre aşağıdaki gibidir.

$$\vec{V}_ç(\omega) = \frac{\vec{V}_g(\omega)}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{j\omega C} \quad \rightarrow \quad \frac{\vec{V}_ç(\omega)}{\vec{V}_g(\omega)} = \boxed{\vec{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}}$$



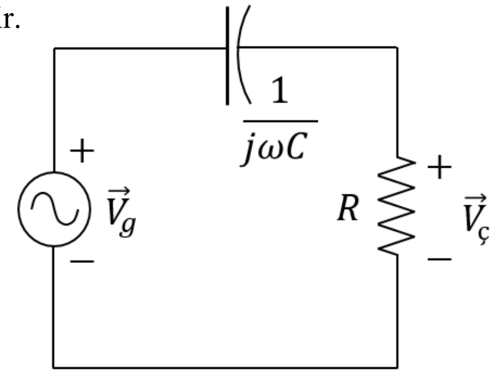
Yüksek Geçiren Filtre (HPF)

$H(0) = 0$ olup ω arttıkça $|\vec{H}(\omega)|$ artıyor ve $H(\infty) \neq 0$

oluyorsa böyle devre veya sistemler yüksek geçiren süzgeç özelliği gösterirler. Ortalama değerden kurtulmak ve hızlı cevap almak istenen yerlerde kullanılırlar.

Örnek: Gerilim için en basit yüksek geçiren filtre aşağıdaki gibidir.

$$\vec{V}_ç(\omega) = \frac{\vec{V}_g(\omega)}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot R \quad \rightarrow \quad \frac{\vec{V}_ç(\omega)}{\vec{V}_g(\omega)} = \boxed{\vec{H}(\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}}$$



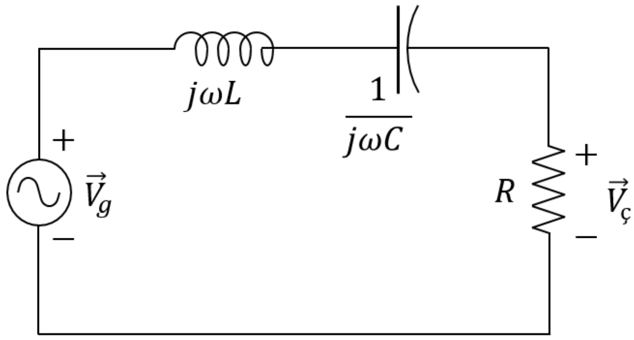
Bant Geçiren Filtre (BPF)

$H(0) = 0$ ve $H(\infty) = 0$ olup, arada ω_0 gibi bir frekans komşuluğunda $|\vec{H}(\omega_0)|$ belirgin biçimde en büyük değerini alıyorsa böyle devre veya sistemler bant geçiren süzgeç özelliği gösterirler. ω_0 sistemin rezonans frekansıdır. Özel bir frekanstaki yayını seçmek için kullanılırlar.

Örnek: Gerilim için en basit bant geçiren filtre aşağıdaki gibidir.

$$\vec{V}_ç(\omega) = \frac{\vec{V}_g(\omega)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \cdot R$$

$$\frac{\vec{V}_ç(\omega)}{\vec{V}_g(\omega)} = \boxed{\vec{H}(\omega) = \frac{R}{R + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}}$$



Bu devre $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ frekansı civarındaki bileşenleri geçirir, diğerlerini zayıflatır.

Bant Geçirmeyen Filtre

$H(0) \neq 0$ ve $H(\infty) \neq 0$ olup, arada ω_0 gibi bir frekans komşuluğunda $|\vec{H}(\omega_0)|$ belirgin biçimde en küçük değerini alıyorsa böyle devre veya sistemler bant geçirmeyen süzgeç özelliği gösterirler. Özel bir frekanstaki sinyallerden kurtulmak için kullanılırlar. Mesela elektrik şebekesinden dolayı yaşadığımız ortamlarda çok fazla 50Hz'lik elektromanyetik sinyal bulunmaktadır. Bazı hassas cihazlarda bundan kurtulmak için 50Hz'e karşı bant geçirmeyen süzgeç kullanılır.

Not

Örneklerdeki gibi basit RLC devreleri ile yapılan filtrelere *pasif filtre* denir. Transistör devreleri gibi yükseltici özellik de gösteren filtrelere *aktif filtre* denir.

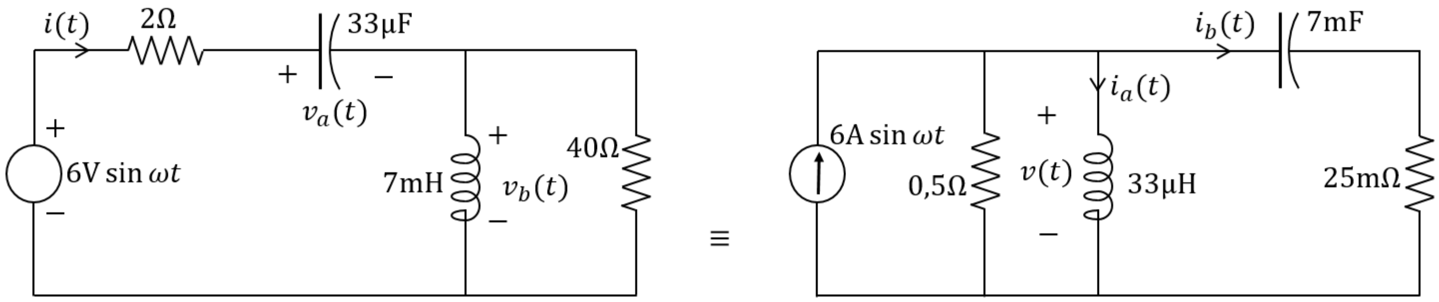
Çifteşlik (Duality)

Genel olarak (geçici tepki dahil) bir devredeki eleman, bağlantı ve büyüklüklerin (değişken veya sabit) hepsi birden, aşağıdaki gibi değiştirilirse (aynı sayısal değerle, yeni birimleriyle) aynı matematiksel model geçerli olur:

Direnç R	↔	İletkenlik G
Gerilim kaynağı v_k	↔	Akım kaynağı i_k
Gerilim $v(t)$	↔	Akım $i(t)$
Bobin L	↔	Kondansatör C
Empedans Z	↔	Admitans Y
Reaktans X	↔	Süseptans B
Seri bağlantı	↔	Paralel bağlantı
Kısa devre	↔	Açık devre
Yıldız bağlantı (Y gibi)	↔	Çokgen bağlantı (Δ gibi)

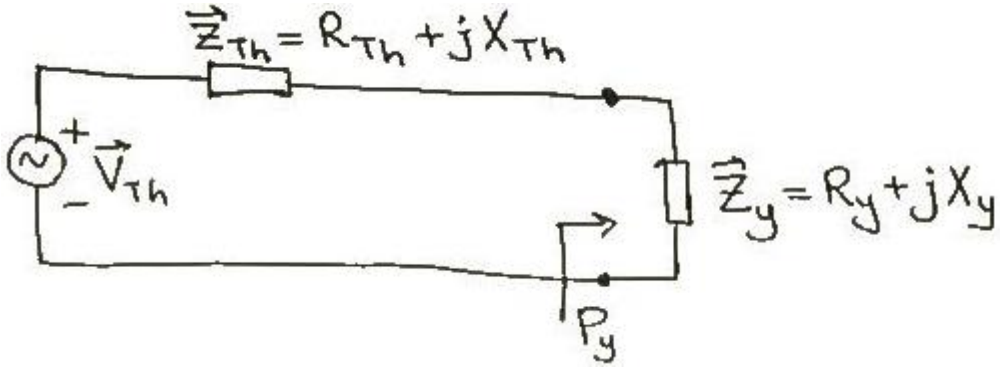
Aktif ve görünür güçler aynı kalırken güç açısı ve reaktif güç, çifteş devrede zıt işaretli olur.

Örnek:



Soldaki devredeki seri 2Ω yerine sağda paralel 2S iletkenlik geldi, ki onu direnç cinsinden $1/(2\text{S}) = 0{,}5\Omega$ yazabiliriz. Soldaki paralel 40Ω yerine sağda seri $1/(40\text{S}) = 0{,}025\Omega$ geldi. Buna göre $v_a(t)$ ile $i_a(t)$ fonksiyonları aynı sayılarla aynı olur, sadece birincinin birimi volt, ikincinin amper olması farkıyla. Benzer şekilde $v_b(t)$ ile $i_b(t)$ de öyledir. $v(t)$ ile $i(t)$ de öyledir.

Maksimum Güç Aktarımı



Thevenin eşdeğeri şeklin sol tarafındaki gibi olan bir devrenin iki ucuna bağlanan yük empedansı ne olmalı ki yüke aktarılan ortalama güç (P_y) maksimum olsun?

Yük empedansının reel ve sanal bileşenleri birbirinden bağımsız olduğu için

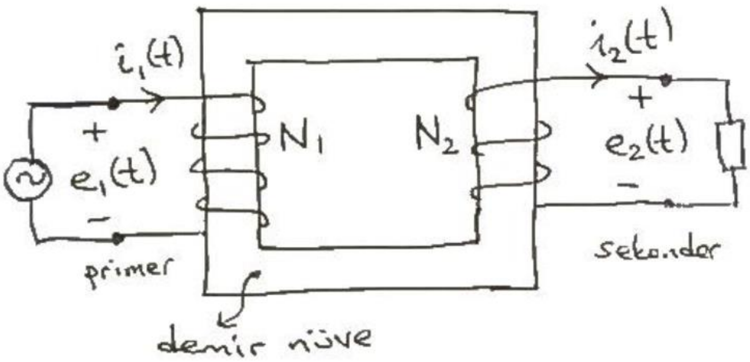
$$\frac{\partial P_y}{\partial R_y} = 0 \qquad \text{ve} \qquad \frac{\partial P_y}{\partial X_y} = 0$$

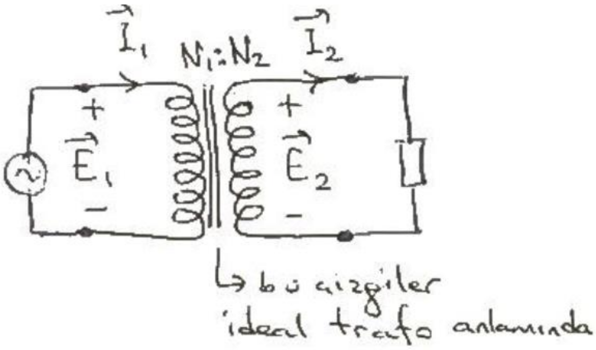
denklemleri çözülmelidir. Bu çözümleme sonucunda

$$\boxed{\vec{Z}_y = \vec{Z}_{Th}^*} \qquad \text{yani} \qquad \boxed{R_y = R_{Th}} \qquad \text{ve} \qquad \boxed{X_y = -X_{Th}}$$

olması gerektiği bulunmaktadır.

Transformatör (Trafo)





Prensip şeması yukarıda gösterilen, aynı demir nüve (çekirdek) üzerine sarılı ve yaklaşık aynı manyetik akıya maruz kalan en az iki bobin (sargı) içeren bir sistemdir. Kaynak bağlanan tarafa primer, yük bağlanan tarafa sekonder denir. Faraday indüksiyon yasasına göre sargılarda gerilim endüklenir. Primerde endüklenen gerilim akımı sınırladığı içinn *zıt emk* (elektromotor kuvvet) yönüyle kullanılır. Akı aynı olduğu için sarım başına endüklenen gerilim tüm sargılarda aynıdır. Bu yüzden sargı gerilimi sarım sayısıyla doğru orantılıdır.

$$\frac{e_1(t)}{N_1} = \frac{e_2(t)}{N_2} = \cdots \qquad\qquad \boxed{\frac{\vec{E}_1}{N_1} = \frac{\vec{E}_2}{N_2}} = \cdots$$

Giriş (primer) ile çıkış (sekonder) arasındaki güç kaybı ihmal edilebilecek kadar az olduğundan, giriş ve çıkış güçleri hem anlık, hem karmaşık olarak eşittir:

$$p_1(t) = e_1(t)i_1(t) = e_2(t)i_2(t) = p_2(t) \qquad\qquad \vec{S}_1 = \vec{E}_1\vec{I}_1^* = \vec{E}_2\vec{I}_2^* = \vec{S}_2$$

Dolayısıyla akım dönüşüm oranı, gerilim dönüşüm oranının tersidir.

$$N_1 i_1(t) = N_2 i_2(t) \qquad\qquad \boxed{N_1 \vec{I}_1 = N_2 \vec{I}_2}$$

Primer kaynağa karşı tüketici gibi davranır ve işaret tanımları buna göre yapılır.

Sekonder yüke karşı üretici gibi davranır ve işaret tanımları buna göre yapılır.

Transformatör aynı frekansta tutarak, akım ve gerilimden birinin seviyesini yükseltirken diğerininkini azaltır. Mekanikteki dişli, kasnak veya kayış sistemleri gibi bir aktarım organıdır. Enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde transformatör kullanılmasının başlıca amacı, hatlardaki Ri^2 kayıplarını azaltmak için üretilen gücü daha küçük bir akımla taşımaktır. Bunun için de gerilimi yükseltmek gerekir. Ancak tüketiciye bağlantı noktasında güvenlik için gerilimin düşürülmesi gerekir. Böylece akım yükseltilmiş olur ama uzun hatlar düşük kayıpla aşıldıktan sonra kısa mesafede yüksek akımın kayıplarına razı olunur.

Dönüşüm oranına göre trafo kullanımı şöyle isimlendirilir:

Dönüşüm oranı	Primer	Sekonder	Trafo kullanım türü
$N_1/N_2 > 1$	YG	AG	Alçaltıcı (İndirici)
$N_1/N_2 < 1$	AG	YG	Yükseltici
$N_1/N_2 = 1$	AG=YG	AG=YG	Yalıtım trafosu

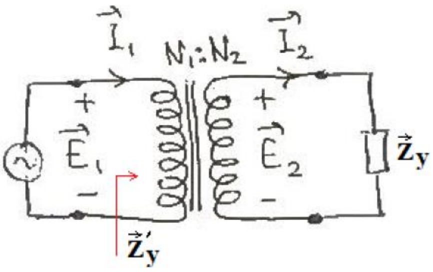
Burada AG = alçak gerilim, YG = yüksek gerilim olup diğer tarafa kıyasla kastedilmektedir.

Yükseltici trafolar elektrik santralleri gibi elektrik enerjisi üreticilerine yakın yerlerde çok kullanılır. Alçaltıcı trafolar tüketiciye yakın yerlerde çok kullanılır.

Trafolar istenirse tersten kullanılabilir. Bu durumda sarım oranı ve yükseltme ya da alçaltma fonksiyonu da tersi olur. Her sargının anma değerleri (etiket değerleri = nominal değerler = *rating values*) akım ve gerilim için ayrı ayrı çalışma değerlerine uygun olmalıdır. Bu yüzden trafoların anma güçleri görünür güç (VA) cinsinden verilir. Anma gücü, trafo boyutları hakkında da fikir verir. Anma akımı bundan ve anma geriliminden hesaplanır.

Normal trafolar, primer ile sekonder arasında yalıtım da sağlar. Ancak *ototransformatör* denilen türde primer ve sekonder aynı sargıyı kullandıkları için primerle sekonder arasında yalıtım yoktur. Ototransformatörlerin, çıkış gerilimi ayarlı olanlarına ise *varyak* denir.

Yansıtılmış Empedans



Trafonun bir tarafındaki akım ve gerilimin diğer tarafa farklı yansıması gibi, bir taraftaki empedans da diğer tarafa farklı değerlerle yansır.

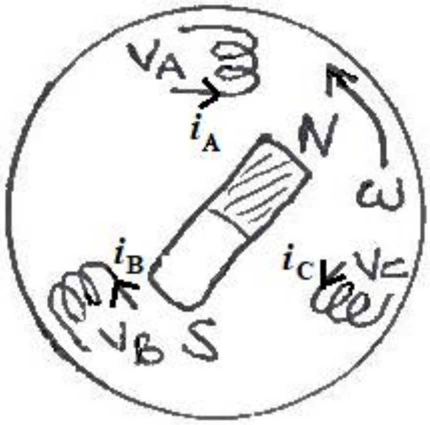
$$\vec{Z}_y' = \frac{\vec{E}_1}{\vec{I}_1} = \frac{\frac{N_1}{N_2}\vec{E}_2}{\frac{N_2}{N_1}\vec{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \underbrace{\left(\frac{\vec{E}_2}{\vec{I}_2}\right)}_{\vec{Z}_y} \quad \rightarrow \quad \boxed{\vec{Z}_y' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \vec{Z}_y}$$

Tersine yansıtma oranıyla sekonderdeki bir empedansın primere yansıtılmışı da elde edilebilir. Genel olarak AG taraftan YG tarafa yansıtılan empedans büyür.

AC devredeki yük direnci, maksimum güç aktarımı için o devrenin Thevenin direncine uygun değilse, araya uygun sarım oranında bir trafo konarak uyumlandırma yapılabilir, tıpkı mekanik sistemlerde vites, dişli veya kayış ile tork-hız uyumlandırması yapılması gibi.

Üç Fazlı Sistemler

Elektrik enerjisini elde etmek için genellikle silindirik yapıda AC jeneratörler (*alternatör*ler) kullanılır. Silindirin iç çevresini dolu dolu kullanarak indüksiyon sargılarının yerleştirebilmenin en etkili yolu, üç sargı grubunu *elektriksel* 120° açı farklarıyla yerleştirmektir. Sargıları <u>uzaysal</u> olarak 120° açı farkıyla yerleştirmenin sonucunda bu sargılardaki manyetik akı değişimi <u>zamansal</u> olarak da 120° açı farklarıyla olur ve endüklenen gerilimler 120° faz farklı olur. Böylece üç fazlı sistemler ortaya çıkar. Hem üretilmesinde hem de kullanılmasındaki kolaylık nedeniyle elektrik enerjisi en yaygın olarak üç fazlı üretilip kullanılır. Yükler de buna uyumlu olarak üç fazlı bağlantılarla kullanılırlar. Üç fazlı sistemlerde üç faz arasında tek farkın, akım ve gerilimlerdeki 120°’lik faz farkı olması istenir. Yani akım ve gerilimlerin frekans ve büyüklükleri ile empedanslarının aynı olması istenir. Buna dengeli çalışma denir. Tek fazlı küçük aboneler, yaklaşık denge sağlanacak şekilde sırasıyla birer faza bağlanırlar.



$$v_A(t) = \underbrace{\hat{V}}_{\sqrt{2}V_1} \sin \omega t \quad \rightarrow \quad \vec{V}_A = V_1 \angle 0°$$

$$v_B(t) = \hat{V} \sin(\omega t - 120°) \quad \rightarrow \quad \vec{V}_B = V_1 \angle(-120°)$$

$$v_C(t) = \hat{V} \sin(\omega t - 240°) \quad \rightarrow \quad \vec{V}_C = V_1 \angle(-240°)$$

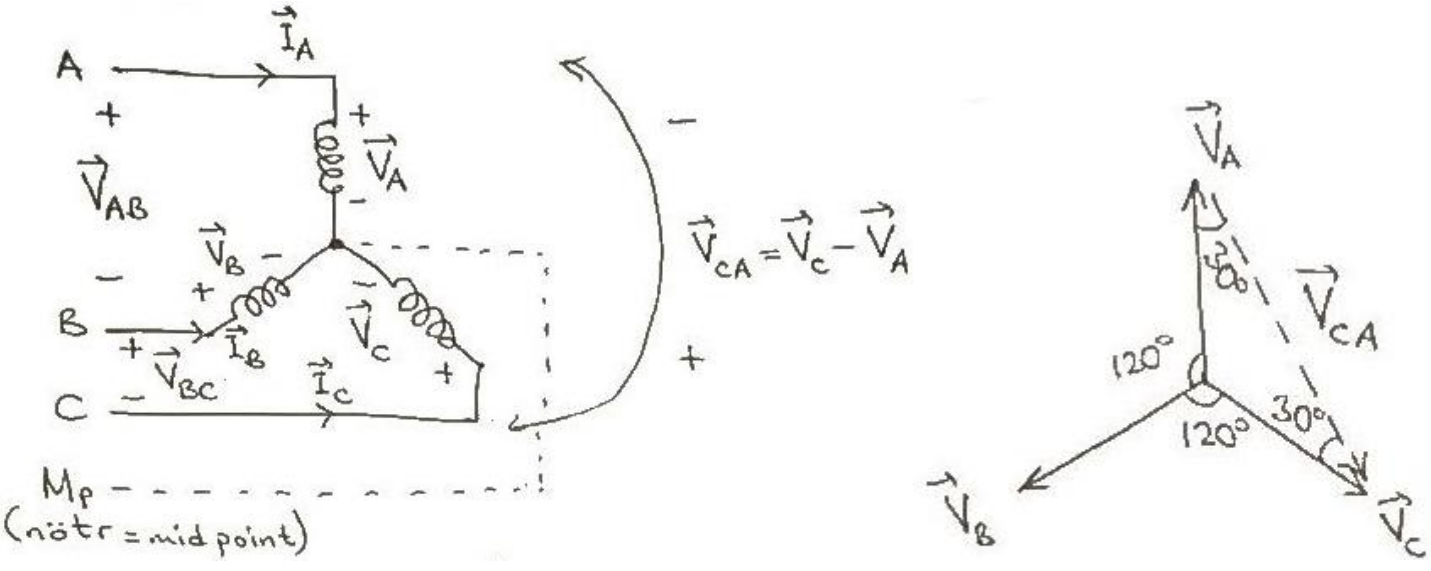
$$i_A(t) = \underbrace{\hat{I}}_{\sqrt{2}I_1} \sin(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad \vec{I}_A = I_1 \angle \varphi$$

$$i_B(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi - 120°) \quad \rightarrow \quad \vec{I}_B = I_1 \angle(\varphi - 120°)$$

$$i_C(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi - 240°) \quad \rightarrow \quad \vec{I}_C = I_1 \angle(\varphi - 240°)$$

Üç fazlı gerilim endüklenen sargılar, üç fazlı gerilim kaynağı olarak düşünülebilir. Bunlar kendi aralarında yıldız (Y) ya da üçgen (delta, Δ) bağlanarak kullanılırlar. Yükler de kendi aralarında yıldız ya da üçgen bağlanarak kullanılırlar. Kaynak bağlantısıyla aynı olmak zorunda değildir. İster kaynak, ister yük olsun, dengeli çalışmada tek faz ve hat değerleri (gerilim fazlar arası, akım dış hat) arasında, bağlantının Y veya Δ olmasına bağlı ilişkiler vardır.

Y Bağlantı



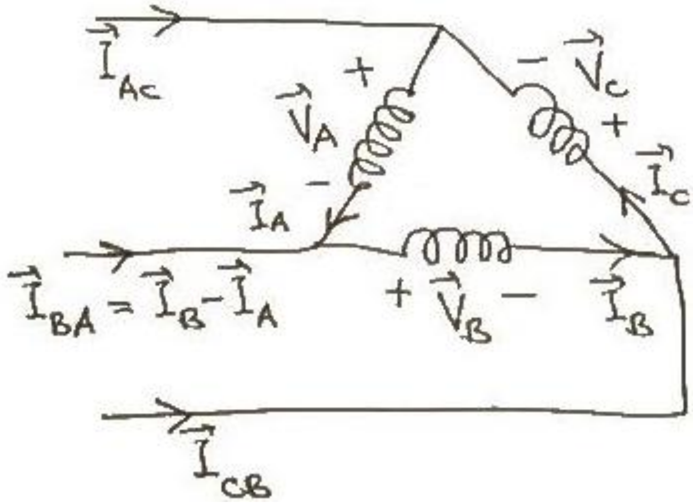
$$|\vec{V}_{AB}| = |\vec{V}_{BC}| = |\vec{V}_{CA}| = V_h = 2|\vec{V}_A| \underbrace{\cos 30°}_{\sqrt{3}/2}$$

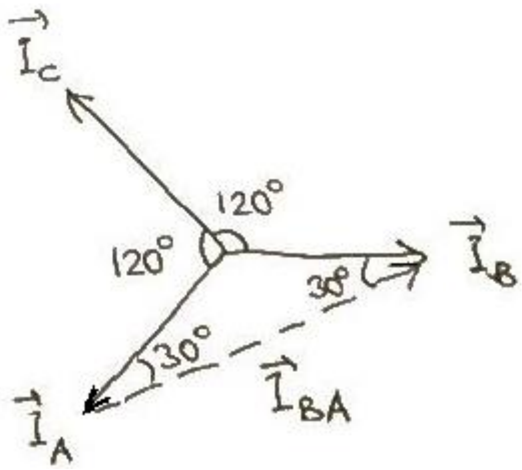
Hat gerilimi için V_h, hat akımı için I_h sembolü kullanıldığında <u>Y bağlantıda</u> $\boxed{V_h = \sqrt{3}V_1}$ ve $\boxed{I_h = I_1}$ olur.

Son tüketicinin bağlanacağı dağıtım trafosunun sekonderi Y bağlanıp, orta ucu fiziksel olarak topraklanarak nötr hattı olarak kullanılır. Ancak tüketiciye ulaştığı noktada bu hat, toprak hattı gibi kullanılmamalıdır. Bunun bir sebebi, fiziksel topraklamanın uzakta kalmasıdır. Nötr hattı, prizlerde kontrol kalemini yakmayan uçtur. Dokununca çarpılma tehlikesi zayıf da olsa ihtimal dahilindedir. Özellikle aynı nötr hattının kullanıcılarından biri yanlış bir bağlantı yaparak böyle bir tehlikeye yol açabilir. 3 faz ucunda da kontrol kalemi yanar ve dokununca çarpar. İkisine birden dokunulursa $\sqrt{3}$ katı şiddetli gerilimle çarpar; çünkü son tüketiciye verilen bağlantı genellikle yıldız olur.

Üç fazlı sistemlerde nötr hattı kullanılmasa bile akım dönüş yolu bulma problemi olmaz. Y'da da Δ'de de hat akımlarının toplamı sıfır olduğu için <u>üç fazlı sistemler nötr olmadan çalışabilir</u>.

Δ Bağlantı





$|\vec{I}_{BA}| = |\vec{I}_{CB}| = |\vec{I}_{AC}| = I_h = 2|\vec{I}_A|\underbrace{\cos 30°}_{\sqrt{3}/2}$ → <u>Δ bağlantıda</u> $\boxed{V_h = V_1}$ ve $\boxed{I_h = \sqrt{3}I_1}$ olur.

Üçgen bağlantıda nötr hattı yoktur.

Not:

Y'da mı Δ'de mi, akımda mı gerilimde mi, $\sqrt{3}$ katsayısıyla çarpılacak ya da bölünecek ya da eşit alınacak diye karıştırmamak için şöyle düşünmek kolaylıktır:

Y bağlantı seri bağlantıya benzer. Dış akım iç akıma eşittir. Dış gerilim iç gerilimden büyüktür.

Δ bağlantı paralel bağlantıya benzer. Dış gerilim iç gerilime eşittir. Dış akım iç akımdan büyüktür.

Büyük olan küçüğün $\sqrt{3}$ katıdır.

Üç Fazlı Sistemlerde Güç

$$\vec{S} = \vec{V}_A\vec{I}_A^* + \vec{V}_B\vec{I}_B^* + \vec{V}_C\vec{I}_C^* = P + jQ$$

Dengeli çalışmada Y bağlantıda da Δ bağlantıda da, hat akım ve gerilimi ile tek faz akım ve gerilimi ilişkilerinden den yalnız birer tanesinden $\sqrt{3}$ gelmesinden dolayı görünür, aktif ve reaktif güçler sırasıyla şöyle olur:

$$3V_1I_1 = S = \sqrt{3}V_hI_h$$

$$3V_1I_1\cos\varphi = P = \sqrt{3}V_hI_h\cos\varphi$$

$$3V_1I_1\sin\varphi = Q = \sqrt{3}V_hI_h\sin\varphi$$